

١٠



حکومتی هەرێمی کوردستان - عێراق  
وهزارتی پەرۆرده - بهرپۆه بهرایهتی گشتی پرۆگرام و چاپه مهنبهکان

# بیرکاری بو هه مووان

کتیپی خویندکار  
پۆلی دهیهمی وێژهیی

چاپی هه شتهم

٢٠١٥ ز / ٢٧١٥ کوردی / ١٤٣٦ ک

سہرپہرشتی ہونہری چاپ  
عوسمان پیرداود کواز  
ناری محسن احمد

بہشی 1  
ہاوکیشہکان  
EQUATIONS

بہشی 2  
ہیزہکان و رہگہکان  
POWERS AND RADICALS

بہشی 3  
نہگرہکان  
PROBABILITIES

بہشی 4  
پیوہرہکانی ئامار  
STATISTICAL MEASUREMENTS

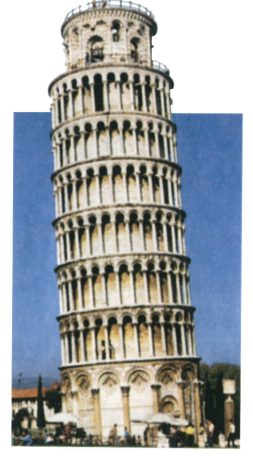
بہشی 5  
سیگوشہزانی  
TRIGONOMETRY

## 1 Equations

## ہاوکیشہکان

1

- 1 دہروازہیک بؤ ہاوکیشہکان
- 2 ..... Introduction to Equations
- 2 شیتہ لکردنی برہ جہبریہ دووچاکان
- 7 ..... Factoring Algebraic Quadratic Expressions
- 3 شیکارکردنی ہاوکیشہ دووچاکان بہ یاسا
- 16 ..... Solving Quadrotic Equation By Formula



## 21 Powers and Radicals

## ہیزہکان و رہگہکان

2

- 22 ..... Powers ہیزہکان 1
- 31 ..... Radical Expressions برہ رہگیہکان 2
- 39 ..... Logarithms لوگاریتمہکان 3

## 45 Probabilities

## ئہگہرہکان

3

- 46 ..... Introduction To Probability دہروازہیک بؤ ئہگہر 1
- 52 ..... Probability ئہگہر 2
- 3 یاسای ژماردنی بنہرہتی
- 60 ..... Fundamental Counting Priciple
- 4 گوړینہکان و ریزبہندیہکان و گونجینہکان
- 64 ..... Permutations, Arrangements and Combinations

## 75 Statistical measurments

## پیوہرہکانی ئامار

4

- 76 ..... Measures of Centrol Tendancy پیوہرہکانی پروکردنہ چہق 1
- 86 ..... Measures of Dispersion پیوہرہکانی پہرتببون 2



## 93 Trigonometry

## سیگوّشہزانی

5

- 1 ریژہ سیگوّشہییہکان و شیکارکردنی سیگوّشہی و ہستاو
- 94 ..... Trigonometric Ratios and Solving Right Triangle

پهرتووی (الجبر و المقابلة) ی زانا محمد بن موسی الخوارزمی له پهرتوکه بهراییهکان بوو، که باسی جبری کردوو. ووشه ی جبر لهو پهرتوکهوه بو جیهان به جیما، که ئیستا له زوریه ی زمانهکانی جیهان بهکار دیت، لهگه ل هندیك گورانی کهم له دهر برین. خوارزمی وشه ی (الجبر) بهکار هیئا له مامه لهکردن لهگه ل هاوکیشهکان به مبهستی شیکارکردنیان. جبری ژماره یهک بو هردوو لای هاوکیشه یان لیدرکردنی بو ئازادکردنی نه زانراو و دیاریکردنی بههاکه ی.

خوارزمی پستی به زانستی جبر بهست بو ئه نجامدانی لیکولینه وه ی زانستی له بوارهکانی جوگرافیا و گهر دوونناسی.

## وانهکان

1. هاوکیشهکان
  2. شیته لکردنی بره
  3. شیکارکردنی
- هاوکیشه ی دووجا به یاسا.

نهسته رلاب له نامرازه بهراییهکان بوو، که زانایهکان بهکار یانده هیئا بو لیکولینه وه له شوینی نهستی ردهکان.

# دەروازەيەك بۆ ھاوكيڭشەكان

## Introduction to Equations

وانەي

1



بۆچى

دەتوانىن زۆر لە  
پرسىيارەكانى ژيانى رۇژانە بە  
بەكارهينانى ھاوكيڭشەكان  
شىكارىكەين. ھاوكيڭشە بە  
تەرازوو دەچىت، ھاوكيڭش بوون  
وامان لىدەكات بە يەكسانى  
لەگەل ھەردوو تايەكە  
(يان ھەردوو لاي ھاوكيڭشەكە)  
مامەلە بكەين.

ئامانجەكان

- سيفەتەكانى يەكسانبوون دەناسىت و بەكارىاندەھىنپت
- ھاوكيڭشە ھېلىبەكان بە جەبر و بە پوونكردنەوھىي دەنوسىت و شىكارىان دەكات

ھاوكيڭشە Equation برىتییە لە يەكسانبوون لە نىوان دوو بر كە گۇراوئىك يان زياتر لە

خۆدەگرن، پىي دەوترىت نەزانراو Unknown

$12x = 10$  ، ھاوكيڭشەيەكى يەك نەزانراو  $x$  تىدايە.

$2x - 3y = 12$  ، ھاوكيڭشەيەكى دوو نەزانراو  $x$  و  $y$  تىدايە.

ھەر ژمارەيەك بە لەجياتيدانان پاسادانى ھاوكيڭشەكە بكات (واتا بگورپت بۆ يەكسانىيەكى

دروست پاش دانانى ژمارەكە لەجىگاي گۇراوئەكە) پىي دەوترىت رەگى Root ھاوكيڭشەكە.

بۇ نمونە: ژمارە  $\frac{5}{6}$  برىتییە لە رەگى ھاوكيڭشە  $12x = 10$  چونكە ئەگەر ئەو ژمارە لەجياتى

نەزانراوئەكە دابنىين دەبىتە ھۆى يەكسانبوونىكى دروست  $12 \times \frac{5}{6} = 10$ .

شىكارکردنى ھاوكيڭشە برىتییە لە دۇزىنەوھى كۆمەلە ژمارەيەك كە دەبنە رەگەكانى ھاوكيڭشەكە

بەو كۆمەلە دەوترىت كۆمەلە شىكارى ھاوكيڭشەكە Solution Set ئەو كۆمەلەيە لەوانەيە يەك

دانەى تىدايىت، و لەوانەيە لە دانەيەك زياترى تىدايىت، يان لەوانەيە ژمارەيەكى دوانەھاتوو

دانەى تىدايىت، و لەوانەيە كۆمەلە شىكار كۆمەلەى بەتال  $\emptyset$  Empty Set بىت، واتا ھىچ

دانەيەكى تىدانەبىت. سيفەتى يەكسانبوون لە ژمارە راستىيەكان و سيفەتى لە جياتيدانان بۆ

شىكارکردنى ھاوكيڭشەكان بەكاربھيئە.

### Properties of Equality سیفہ تہکانی یەکسان بوون

$a = a$	سیفہ تہ وینە دانەوہ Reflexive Property
ئەگەر $a = b$ ئەو $b = a$	سیفہ تہ ھاوجیبوون Symmetric Property
ئەگەر $a = b$ وە $b = c$ ئەو $a = c$	سیفہ تہ تیپەربوون Transitive Property
ئەگەر $a = b$ ئەو $a + c = b + c$	سیفہ تہ کۆکردنەوہ Addition Property
ئەگەر $a = b$ ئەو $a - c = b - c$	سیفہ تہ لیدەرکردن Subtraction Property
ئەگەر $a = b$ ئەو $ac = bc$	سیفہ تہ لیکدان Multiplication Property
ئەگەر $a = b$ ئەو $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ کاتیک $c \neq 0$	سیفہ تہ دابەشکردن Division Property
	سیفہ تہ لەجیاتیدانان Substitution Property

ئەگەر  $a = b$  لەجیاتیدانانی  $b$  لە  $a$  لەهەر دەستەواژەیکە دروستدا، بە دروستی دەمینیتەوہ.

شیکارکردنی ھاوکێشەکان ھەموو کات بە سادەکردنی برەکان و لابردنی ھێماکانی یەکتربەستن دەستپێدەکات.

دوو جوۆر پێوەر ھەبە بۆ پلەمی گەرمی: پێوەری سەدی Celsius و پێوەری فەرەنھایت Fahrenheit پەيوەندی نیوان دوو پێوەرەکە بریتییە لە  $F = \frac{9}{5}C + 32$  کاتیک  $F$  ھێمای پلەمی گەرمی بە پێوەری فەرەنھایت، و  $C$  پلەمی گەرمی بە پێوەری سەدی بێت. لە بلاوکراوہی کەشوھەوادا ھاتووہ، پلەمی گەرمی ئەمرۆ 86 پلە بوو بە پێوەری فەرەنھایت. پلەمی گەرمی چەند بوو بە پێوەری سەدی؟

### نموونه

#### جیپەجیکردنەکان

پلەکانی گەرما

شیکار

رپساکە	$F = \frac{9}{5}C + 32$
لەجیاتی $F$ ژمارە 86 دابنێ	$86 = \frac{9}{5}C + 32$
32 دەرکە لە ھەر لایەک بەبەکارھێنانی سیفہ تہ لیدەرکردن	$86 - 32 = \frac{9}{5}C + 32 - 32$
سادەبکە	$54 = \frac{9}{5}C$
ھەردوولا لە $\frac{5}{9}$ بدە بەبەکارھێنانی سیفہ تہ لیکدان	$(\frac{5}{9})54 = (\frac{5}{9})(\frac{9}{5}C)$
کورتبکەرە	$30 = C$
سیفہ تہ ھاوجیبوون بەکاربھێنە	$C = 30$

ھەولبەدە پلەمی گەرمی بە پێوەری فەرەنھایت دەبێتە چەند؟ کاتیک بە پێوەری سەدی 35 پلە بێت.

2 ہاؤکیٹشہی  $2x + 7 = 5x - 9$  شیکاریکہ.

شیکار

ہاؤکیٹشہکہ

$$2x + 7 = 5x - 9$$

7 لہ ہردو لا دہریکہ، بہ بہکارہینانی سیفہتی لیدہرکردن

$$2x + 7 - 7 = 5x - 9 - 7$$

سادہبکہ

$$2x = 5x - 16$$

$5x$  لہ ہردو لا دہریکہ، بہ بہکارہینانی سیفہتی لیدہرکردن

$$2x - 5x = 5x - 16 - 5x$$

سادہبکہ

$$-3x = -16$$

ہردو لا بہسر 3- دابہشکہ بہ بہکارہینانی سیفہتی

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{-16}{-3}$$

دابہشکردن

سادہبکہ

$$x = \frac{16}{3}$$

ساغیکہوہ:

$$2 \times \frac{16}{3} + 7 = 5 \times \frac{16}{3} - 9$$

$$\frac{32+21}{3} = \frac{80-27}{3}$$

$$\frac{53}{3} = \frac{53}{3}$$

کہواتہ،  $x = \frac{16}{3}$  رگی ہاؤکیٹشہکہیہ

ہہولبدہ ہاؤکیٹشہی  $3x + 12 = -5x + 24$  شیکاریکہ، شیکارہکہ بہ لہجیاتیدانان ساغیکہوہ.

## راہینان

### بہردہوامبوون لہ بیر کاریدا

نہو سیفہتانہ دیاریکہ کہ لہ شیکارکردنی نہم ہاؤکیٹشانہ بہکاریدہہینیت.

$$3x - 5 = 2x - 2 \quad \mathbf{3}$$

$$x + 2.2 = \frac{x}{5} \quad \mathbf{2}$$

$$52 = -2.7x - 3 \quad \mathbf{1}$$

$$4x - 7 = 4 \quad \mathbf{4}$$

لہبیرت بیٹ

دوو ہاؤکیٹشہ ہاوتا  
دہبن نگہ ر ہمان  
رہگہکانیان ہہبیٹ

### راہینانی ناراستہ کراو

نہم ہاؤکیٹشانہ شیکاریکہ و شیکارہکان ساغیکہوہ بکہ.

$$\frac{x}{5} + 3 = 4 \quad \mathbf{6}$$

$$4x + 12 = 20 \quad \mathbf{5}$$

$$7 - 6x = 2x - 9 \quad \mathbf{8}$$

$$-\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} = 2 - 3x \quad \mathbf{7}$$



## راھىنان و جىبە جىكردن

ئەم ھاوكىشانە شىكارىكە.

- |  |   |
|--|---|
| $-2x - 7 = 9$ <b>10</b>                          | $2x - 5 = 1$ <b>9</b>                                     |
| $20 = 6x - 10$ <b>12</b>                         | $5x - 3 = 12$ <b>11</b>                                   |
| $3x + 1 = \frac{1}{2}$ <b>14</b>                 | $4 - 5x = 19$ <b>13</b>                                   |
| $7x = -2x + 5$ <b>16</b>                         | $4x + 80 = -6x$ <b>15</b>                                 |
| $4x - 3 = x + 7$ <b>18</b>                       | $5x + 3 = 2x + 18$ <b>17</b>                              |
| $\frac{1}{4}x - \frac{5}{2} = -2$ <b>20</b>      | $\frac{1}{5}x + 3 = 2$ <b>19</b>                          |
| $\frac{1}{3}x = -x + 4$ <b>22</b>                | $\frac{1}{2}x + 2 = 0$ <b>21</b>                          |
| $-\frac{1}{3}x + 1 = \frac{3}{2}x - 1$ <b>24</b> | $x - 5 = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$ <b>23</b>           |
| $\frac{1}{4}x - 3 = 6x$ <b>26</b>                | $\frac{2}{3}x + 9 = \frac{1}{2}x - 4$ <b>25</b>           |
| $\frac{2}{5}x + \frac{6}{5} = x - 3$ <b>28</b>   | $\frac{1}{3}x - \frac{4}{3} = \frac{1}{6}x - 1$ <b>27</b> |

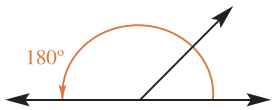
ئەم ھاوكىشانە بە بەكارھىنەنى بژمىر شىكارىكە، شىكارەكە بۇ نىكتىن بەش لە سەد نىكتىكەۋە.

$$0.24x + 1.1 = 2.56x - 1.5 \quad \mathbf{29}$$

$$1.05x - 4.28 = -2.65x + 4.1 \quad \mathbf{30}$$

$$0.67x - 8.75 = -0.48x + 3.99 \quad \mathbf{31}$$

$$5.9(0.33x - 1.33) = 1.03x - 5.72 \quad \mathbf{32}$$



- 33** ئەندازە پىۋانەى يەككە لە دوو گۆشەى پىرەكەر دەكاتە دوو ئەۋەندەى پىۋانەى گۆشەكەيتەر و 45 پلەى بۇ زىادكرابىت. ھاوكىشەيەك بنووسە و بەكارىبھىنە بۇ دۆزىنەۋەى پىۋانەى دوو گۆشەكە.

بەستىنەۋە

ھاوكىشەى گونجاۋ بۇ ئەمانەى خوارەۋە بنووسە پاشان شىكارىانېكە.

جىبە جىكردەنەكان

- 34** بۇ خۇشى نىرخى بلىتى چوونە ژورەۋەى شارى يارى 6000 دىنارە، نىرخى بەشدارىكردن لەھەر يارىيەك 1500 دىنارە. ئەگەر 30 000 دىنارت پىبىت، لە چەند يارى دەتوانىت بەشدارى بىكەيت؟

- 35** ئابوورى ژوان بە 1 750 000 دىنار كۆمپىوتەرلىكى نوپى كرى. ئەم كۆمپىوتەرە سالانە 250 000 دىنار نىرخەكەى كەم دەكات. پاش چەند سال نىرخەكەى دەبىتە سفر؟

- 36** دەرامەت ئارام دوو خستىنەپرووى كارى بۇ ھات لە كۆگای فرۇشتىنى جلۇبەرگ.
- يەكەمىان: 600 ھەزار دىنار مانگانە لەگەل 10 ھەزار دىنار بۇ ھەر كالایەك كە دەيفرۇشىت
  - دوۋەمىان: 800 ھەزار دىنار مانگانە لەگەل 8 ھەزار دىنارى بۇ ھەر كالایەك كە دەيفرۇشىت
- ژمارەى ئەو كالایانەى پىۋىستە ئارام بىفرۇشىت چەندە، بۇ ئەۋەى لە ھەردوۋ خستىنەپروۋەكە ھەمان دەستكەۋتى ھەبىت؟

**37** **دەرامەت** کارگەيەك كاریکی بە شارا سپارد بەرامبەر 60 ھەزار دینار لە ھەفتەییەدا، بۆ ھەر کاتژمێریکی کارکردن 7500 دینار دەخریئە سەر ھەفتانەکە. پێویستە شارا چەند کاتژمێر کاربکات بۆ ئەو ھەفتە کراسیک بە 120 ھەزار دینار بکریئە؟

### روانین بۆ داوای



ئەم برانە ھەژماریکە.

$$-(-5^2)^3 \quad \mathbf{39}$$

$$3(2 - (5 - 3) - 7) + 2 \quad \mathbf{38}$$

### روانین بۆ پیشەو



ئەم دەستەواژە بیرکاریانە چیدەگەییەنیت؟ باسییکە.

$$-3 < x < 3 \quad \mathbf{41}$$

$$y > -5 \quad \mathbf{40}$$

$$x \geq -3 \quad \mathbf{43}$$

$$-1 \leq y \leq 1 \quad \mathbf{42}$$

# شیتەلکردنی برە جەبریە دووجاگان

## Factoring Algebraic Quadratic Expressions



بوچی

برە جەبریە دووجاگان بو  
وہسفرکردنی زور نمونہی ژانی  
رۆژانہمان بەکار دیت وەک شێوانی  
حەوزی ئەم وێنە.

وانە

2

ئامانجەکان

- برە جەبریە دووجاگان شیتەل دەکات.
- بو شیکارکردنی ھاوکیشی دووجا شیکارکردن بەکار دەھێنیت.

جێبەجێکردنەکان

ئەندازە تەلارسازی

ئەندازاریکی تەلارسازی حەوزیکی لە باخچە گشتی دروستکرد، وەک لە وێنە سەرەوہ دەردەکەوێت. لەناو حەوزەکەدا چەند خشتەکیکی ھاوشێوہ لە شێوہی نیشانە لیکدان  $\times$  ریزکرد بەچەند ئاستیکی جیاوا، بە جوړیک کہ ژمارە خشتەکانی ھەر لایەکی شێوہ ھێماکە یەکی کہ متر بێت لەو لایە دەکەوێتە ژێرخۆی. ریسای  $m = 2n^2 - n$  ھەژمار خشتەکانی  $m$  مان بو دەکات بو دروستکردنی حەوزیک لە  $n$  ئاستدا. ژمارە ئاستەکانی ئاوی حەوزیک چەندە کہ 66 خشتەکی تێدابیت.

### شیتەلکردنی برە جەبریە دووجاگان Factoring Algebraic Quadratic Expressions

لەو کاتە فیری لیکدانی دوو بری جەبری وەک  $x + 3$  ،  $2x$  بوویت، ئەنجامی لیکدانی دوو برەکەت دەگۆرئ بو سەرجمی کۆمەلیک رادە. شیتەلکردن Factoring کرداری پێچەوانە لیکدانە و شیتەلکردن سەرجمی چەند رادەبەکت بو دەگۆریت بو ئەنجامی لیکدان. بو ئەوہی بریکی دووانی یان زیاتر شیتەلکەیت، گەورەترین کۆلکە ھاوبەش (گ.ک.ھ) بو دوو رادەکە دەریئە ئەگەر ھەبوو **Greatest Common Factor (GCF)** ، وەک لەم نمونەدا دیاردەکەوێت.

$$\begin{array}{l} \xleftarrow{\text{لیکدان}} \\ 2x^2 + 6x = 2x(x+3) \\ \xrightarrow{\text{شیتەلکردن}} \end{array}$$

ئەم بىرە دووجايانە شىتەلېكە.

$$3m^2 - 12m \quad \boxed{أ}$$

$$3x(4x+5) - 5(4x+5) \quad \boxed{ب}$$

شىكار

گەورەترىن كۆلكەى ھاوبەش دەرىپتە.

$$3m^2 - 12m = 3m \times (m) - 3m \times (4) \quad \boxed{أ}$$

$$3x(4x+5) - 5(4x+5) \quad \boxed{ب}$$

گەورەترىن كۆلكەى ھاوبەش برىتپىيە لە  $3m$

$$3m^2 - 12m = 3m \times (m) - 3m \times (4)$$

$$3x(4x+5) - 5(4x+5)$$

$$= (4x+5)(3x-5)$$

$$= 3m(m-4)$$

گەورەترىن كۆلكەى ھاوبەش برىتپىيە لە  $(4x+5)$

ئەم دوو بىرە  $5x^2 + 15x$ ،  $4(2x-1) + (2x-1)x$  شىتەلېكە. **ھەولېدە**

شىۋەى گشتى بىرە دووجا برىتپىيە لە  $ax^2 + bx + c$  كاتېك  $a \neq 0$

دەتوانىت زۆر لە بىرە جەبرىيە دووجاكان شىتەلېكەيت. سەرنجى شىتەلېكردنى ئەم برانەى خوارەو بە كاتېك  $a = 1$ .

**شىكارکردنى پرسىيارەكان** بەدوای شىۋازىكدا بگەپى سەپىرى شىۋەى شىتەلېكردنى ئەم بىرە دووجايانە بگە. سەرنجىدە كە كۆى دوو رادە نەگۆرەكە لە كۆلكەكاندا يەكسانە بە ھاوكۆلكەى  $x$  لە بىرە دووجاكدە بەر لەشىتەلېكردنىان و ئەنجامى لېكدانىان يەكسانە بە رادە نەگۆرەكە.

$$x^2 - 7x + 10 = (x-5)(x-2)$$

$(-5) + (-2) = -7$

$(-5) \times (-2) = 10$

$$x^2 + 7x + 10 = (x+5)(x+2)$$

$5 + 2 = 7$

$5 \times 2 = 10$

$$x^2 - 3x - 10 = (x-5)(x+2)$$

$(-5) + 2 = -3$

$(-5) \times (2) = -10$

$$x^2 + 3x - 10 = (x+5)(x-2)$$

$5 + (-2) = 3$

$5 \times (-2) = -10$

بە لېكۆلېنەو لە شىۋازەكانى پېشوو رېسايەكمان بۇ شىتەلېكردنى بىرە  $x^2 + bx + c$  دەستدەكەوئىت.

بۇ ئەوەى بىرە  $x^2 + bx + c$  شىتەلېكەيت، كاتېك  $b$ ،  $c$  دوو ژمارەى تەواوبن، لە دوو ژمارەى تەواوى  $r$  و  $s$  بگەپى كە سەرجەمىان  $b$  بېت و ئەنجامى لېكدانىان  $c$  بېت، پاشان بىرەكە بەم شىۋەى شىتەلېكە  $x^2 + bx + c = (x+r)(x+s)$ .

كاتېك  $c$  ژمارەىكى موجب بېت، شىتەلېكە بۇ ئەنجامى لېكدانى دوو ژمارەكە ھەمان نىشانەيان ھەبېت، وەك نىشانەى رادەى دوووم.

## نمونہ

برای  $x^2 + 5x + 6$  شیتہ لیکه.

2

شیکار

بخه ملینه و ساغبکوهه دست به نووسینی  $(x) (x)$  بکه. بهدوای دوو کؤلگه می ژماره 6 بگه پری که هه مان نیشانه یان هه بیّت و سه رجه میان 5 بیّت.

شیکارکردنی پرسیاره کان

$(x-2)(x-3)$	$(x-1)(x-6)$	$(x+2)(x+3)$	$(x+1)(x+6)$
$(-2)x + (-3)x$	$(-1)x + (-6)x$	$2x + 3x$	$1x + 6x$
<u>5x</u>	<u>5x</u>	<u>5x</u>	<u>5x</u>
هه لیه	هه لیه	دروسته	هه لیه

$$x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$$

تیبینیکه: له کاتی شیته لکردنی  $x^2 - 5x + 6$  ههروهک پیشتر ده بینین که  $(x-2)(x-3) = x^2 - 5x + 6$

هه ولبده

برای  $x^2 - 10x - 11$  شیته لیکه.

کاتیک c ژماره یه کی سالب بیّت له  $x^2 + bx + c$  بهدوای دوو کؤلگه جیاواز له نیشاندا بگه پری.

## نمونہ

برای  $x^2 - 7x - 30$  شیته لیکه.

3

شیکار

بخه ملینه و ساغبکوهه دست به نووسینی  $(x) (x)$  بکه. بهدوای دوو کؤلگه له کؤلگه کانی ژماره (-30) دا بگه پری، سه رجه میان بکاته -7 ئاگاداربه دوو کؤلگه که ده بیّ له نیشاندا جیاواز بن.

شیکارکردنی پرسیاره کان

$(x-2)(x+15)$	$(x+1)(x-30)$	$(x-1)(x+30)$
$(-2)x + 15x$	$1x + (-30)x$	$(-1)x + 30x$
<u>-7x</u>	<u>-7x</u>	<u>-7x</u>
هه لیه	هه لیه	هه لیه
$(x+3)(x-10)$	$(x-3)(x+10)$	$(x+2)(x-15)$
$3x + (-10)x$	$(-3)x + 10x$	$2x + (-15)x$
<u>-7x</u>	<u>-7x</u>	<u>-7x</u>
دروسته	هه لیه	هه لیه

$$x^2 - 7x - 30 = (x+3)(x-10)$$

هه ولبده برای  $3x^2 + 11x - 20$  شیته لیکه.

## نمونە

4 بىرى  $8x^2 + 2x - 15$  شىتەلېكە.

شىكار

$$8x^2 + 2x - 15 = (2x + 3)(4x - 5)$$

$$\begin{array}{r} \boxed{\phantom{00}} \\ + 12x \\ - 10x \end{array}$$

$-10x + 12x = 2x$  رادە دووجا كە شىتەلېكە بۇ دوو كۆلگەي  $(8x^2 = (2x) \times (4x))$  و رادە نەگۆرەكەش بۇ دوو كۆلگەي  $(-15 = (3)(-5))$  و پاسادانى رادە ھىلپەكە بکە.

## نمونە

5 ئەم برانە شىتەلېكە.

أ  $6x^2 - 5x - 1$

ب  $3x^2 + 11x - 20$

ج  $3x^2 - 11x - 20$

د  $8x + 6x^2 - 30$

شىكار

أ  $6x^2 - 5x - 1 = (6x + 1)(x - 1)$

ب  $3x^2 + 11x - 20 = (3x - 4)(x + 5)$

ج  $3x^2 - 11x - 20 = (3x + 4)(x - 5)$

د  $8x + 6x^2 - 30 = 6x^2 + 8x - 30$   
 $= 2(3x^2 + 4x - 15)$   
 $= 2(3x - 5)(x + 3)$

لەھەر شىتەلېكەردىن كەم ھەنگاۋ گەۋرەتەرتىن كۆلگەي ھاۋبەش دەرىجىنە بەر لە شىتەلېكەردىن.

ھەۋلېدە بىرى  $3x^2 + 9x - 30$  شىتەلېكە.

• لەئەنجامى لېكەدەنى دوو بىرى  $x + 3$  ،  $x - 3$  ۋوردبەۋە.

جىاۋازى نىۋان دوو دووجا

$$(x + 3)(x - 3) = x^2 + 3x - 3x - 9 = x^2 - 9 = x^2 - 3^2$$

### شىتەلېكەردىنى جىاۋازى نىۋان دوو دووجا Factoring The Difference Of The Squares

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

بۇ نمونە:  $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$

لەئەنجامى دووجا كەردىنى ھەرىكە لە  $x + 3$  و  $x - 3$  ۋوردبەۋە.

$$(x - 3)^2 = (x - 3)(x - 3)$$

$$= x^2 - 3x - 3x + 9$$

$$= x^2 - 6x + 9$$

$$= x^2 - 2 \times 3 \times x + 3^2$$

$$(x + 3)^2 = (x + 3)(x + 3)$$

$$= x^2 + 3x + 3x + 9$$

$$= x^2 + 6x + 9$$

$$= x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2$$

دووجاى تەۋاۋ

### شیتەلکردنی دووجای تەواو Factoring Perfect Squares

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

سەرئێجێدە  $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$  و  $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$

ئەم برانە شیتەل بکە.

$$4x^2 - 24x + 36 \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$x^4 - 16 \quad \boxed{\text{ا}}$$

شیکار

$$\begin{aligned} 4x^2 - 24x + 36 &= 4(x^2 - 6x + 9) \quad \boxed{\text{ب}} \\ &= 4[x^2 - 2 \times 3 \times x + 3^2] \\ &= 4(x-3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^4 - 16 &= (x^2 + 4)(x^2 - 4) \quad \boxed{\text{ا}} \\ &= (x^2 + 4)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

### نموونه

6

هەولێدە ئەم برانە شیتەل بکە  $3x^2 - 6x + 3$  و  $9x^2 - 49$ .

### شیکارکردنی هاوکێشە دووجاکان بە شیتەلکردن

#### Using Factoring to Solve Quadratic equations

هەندێک جار دەتوانیت شیتەلکردن بۆ شیکارکردنی هاوکێشەکان بەکاربهێنیت.

#### سێفەتی لیکدانی سفری Zero Product Property

$$\text{ئەگەر } p \times q = 0 \text{ ئەوا } p = 0 \text{ یان } q = 0$$

شێوەی گشتی هاوکێشە دووجا بەم جۆرە دەنوسرێت  $ax^2 + bx + c = 0$  ئەگەر توانیت بری  $ax^2 + bx + c$  شیتەل بکەیت، ئەوا دەتوانیت هاوکێشە بە جێبهێڵکردنی سێفەتی سفری شیکار بکەیت. چۆن لیکدانی سفری جێبهێڵد؟ پرەکە شیتەل بکە و ئەنجامی لیکدانیاں بەکسان بکە بە 0.

هاوکێشە  $x^2 + 6x = -5$  شیکار بکە.

7

### نموونه

شیکار

لەسەرەتادا هاوکێشە لەسەر شێوەی گشتی بنوسە  $x^2 + 6x + 5 = 0$  بری  $x^2 + 6x + 5$  شیتەل بکە  $x^2 + 6x + 5 = (x+5)(x+1)$  دەستدەکهوێت پاشان  $(x+5)(x+1) = 0$  بنوسە (بەکسان بکە بە سفر) چۆن پرەگەکانی هاوکێشە  $(x+5)(x+1) = 0$  دیاری دەکەیت؟  
بە بەکارهێنانی سێفەتی سفری، دوا هاوکێشە ئەم دوو هاوکێشەمان دەدات  $(x+5) = 0$  یان  $(x+1) = 0$  کهواتە  $x = -5$  یان  $x = -1$  و اتا  $x = -5$  یان  $-1$  دوو پرەگی هاوکێشە کەن.

## نمونە

8

سېفەتى لىكدانى سفرى بۇ شىكارکردنى ئەم ھاوکیشانە بەکاربھینە.

$$2x^2 - 11x = 0 \quad \text{أ} \quad x^2 - 14x + 45 = 0 \quad \text{ب}$$

شىكار

$$2x^2 - 11x = 0 \quad \text{أ} \quad x^2 - 14x + 45 = 0 \quad \text{ب}$$

$$x(2x - 11) = 0 \quad x(x - 5)(x - 9) = 0$$

$$x = 0 \text{ يان } 2x - 11 = 0 \quad x - 5 = 0 \text{ يان } x - 9 = 0$$

$$x = 0 \quad x = \frac{11}{2} \quad x = 5 \quad x = 9$$

هەولبە

سېفەتى لىكدانى سفرى بۇ شىكارکردنى ئەم ھاوکیشانە بەکاربھینە.

$$3x^2 + 12x = 0 \quad \text{أ} \quad x^2 + 4x - 21 = 0 \quad \text{ب}$$

بەسەلمینە كە ھاوکیشەى  $ax^2 + bx = 0$  كاتیک  $a \neq 0$  دوو رەگی هەیه كە بریتین له  $0, -\frac{b}{a}$ .

بیری رەخنەگر

## نمونە

9

بەگەرانهوه بۇ نمونەى هەوزەكەى له سەرەتای وانەكەدا باسكرا، ژمارەى ئاستەكانى هەوزەكە چەندە؟ كاتیک ژمارەى خستەكان 66 بیئت؟

شىكار

$$2n^2 - n = 66 \text{ شىكاربە.}$$

ھاوکیشەكە بەشیوهى گشتى بنوسه

$$2n^2 - n - 66 = 0$$

برى  $2n^2 - n - 66 = 0$  شیتەلكە.

$$(2n + 11)(n - 6) = 0$$

سېفەتى لىكدانى سفرى بەکاربھینە

$$2n + 11 = 0 \text{ يان } n - 6 = 0$$

$n = -5.5$  فەرماؤش دەكریت چونكە ژمارەى ئاستەكان نابى سالب بیئت كەواتە  $n = 6$  راستە.

## راھینان

### بەردەوامبون له بیر کاریدا

$$x^2 + 34x + 285 = (x + m)(x + n) \text{ چۆن } m \text{ و } n \text{ دەدۆزیتەوه ئەگەر } \quad \text{1}$$

چی دەزانى دەربارەى شیتەلكردنى بره دووجای  $x^2 + bx + c$  كاتیک  $c$  موجهب بیئت؟ 2

كاتیک  $c$  سالب بیئت؟ نیشانهى  $b$  چ زانیاریهكت پی دهبهخشیت له هەریهكە له بارانهدا.

چی دەتوانیت بلییت دەربارەى  $b$  و  $c$  ئەگەر ئەنجامى لىكدانیاى سفریئت ( $bc = 0$ )؟ 3

### راھینانى ئاراسته کراو

ئەم بره دووجایانه شیتەلكە.

$$2x^2 - 6x \quad \text{5} \quad 2x^2 - 8x \quad \text{4}$$

$$4x(x + 3) - 7(x + 3) \quad \text{7} \quad 5x^2 - 15x \quad \text{6}$$

$$8d(9d - 5) + 3(9d - 5) \quad \text{9} \quad 3(4b + 7) - 2b(4b + 7) \quad \text{8}$$



$x^2 + 8x + 7$ <b>11</b>	$x^2 + 5x + 6$ <b>10</b>
$x^2 - 4x - 12$ <b>13</b>	$x^2 - 5x + 4$ <b>12</b>
$x^2 + 10x - 24$ <b>15</b>	$x^2 - 9x - 36$ <b>14</b>
$3x^2 + 5x + 2$ <b>17</b>	$2x^2 + 9x + 10$ <b>16</b>
$8x^2 + 24x - 14x - 42$ <b>19</b>	$5x^2 + 13x - 6$ <b>18</b>
$72x^2 - 56x - 36x + 28$ <b>21</b>	$12x^2 + 21x - 8x - 14$ <b>20</b>
$2x^2 - 8$ <b>23</b>	$x^2 - 81$ <b>22</b>
$x^2 + 8x + 16$ <b>25</b>	$16x^2 - 25$ <b>24</b>

سیفہتی لیکنانی سفری بو شیکارکردنی ئەم هاوکیشمانه بهکاربهێنە.

$x^2 + 3x - 10 = 0$ <b>28</b>	$x^2 + 6x + 9 = 0$ <b>27</b>	$x^2 + 7x = 0$ <b>26</b>
-------------------------------	------------------------------	--------------------------

**29 ئەندازە** ئازاد چەند خالیکی بە 36 پارچە راستەهێڵ بەیەگەهە یاند. ژمارە ی خالەکان چەندن؟ ئەگەر بزانی ت گە یاندنی  $n$  خال پێویستی بە  $\frac{n(n-1)}{2}$  پارچە راستەهێڵ هەیه؟

## راھێنان و جێبەجێکردن

ئەم برانە شیتەلێکە.

$3x^2 + 18$ <b>31</b>	$3x + 6$ <b>30</b>
$x - 4x^2$ <b>33</b>	$10n - n^2$ <b>32</b>
$3x^2 - 15x$ <b>35</b>	$6x - 2x^2$ <b>34</b>
$(x+3)(2x) + (x+3)7$ <b>37</b>	$5x(x-2) - 3(x-2)$ <b>36</b>

ئەم برانە شیتەلێکە.

$x^2 + 8x + 16$ <b>39</b>	$x^2 - 16x + 15$ <b>38</b>
$x^2 + 4x - 32$ <b>41</b>	$x^2 - 26x + 48$ <b>40</b>
$x^2 - 10x - 24$ <b>43</b>	$x^2 + 7x - 30$ <b>42</b>
$2x - x^2 - 24$ <b>45</b>	$-22x - 48 + x^2$ <b>44</b>
$56 + 10x - x^2$ <b>47</b>	$x^2 - 56 - 10x$ <b>46</b>
$24 + 10x - x^2$ <b>49</b>	$30 + x - x^2$ <b>48</b>
$2x^2 + 5x + 2$ <b>51</b>	$3x^2 + 10x + 3$ <b>50</b>
$3x^2 + 7x + 2$ <b>53</b>	$2x^2 + 3x + 1$ <b>52</b>
$3x^2 - 5x - 2$ <b>55</b>	$12x^2 - 3x - 9$ <b>54</b>

شیتەلکردن و سیفەتی لیكدانی سفری بۆ شیکارکردنی ئەم هاوکیشانە بەکاربەینە.

$3x^2 - 5x = 2$ <b>57</b>	$15x^2 = 7x + 2$ <b>56</b>
$3x^2 + 3 = 10x$ <b>59</b>	$4x - 4 = -15x^2$ <b>58</b>
$6x^2 - 17x = -12$ <b>61</b>	$2x^2 - 15 = -7x$ <b>60</b>
$t^2 - 9 = 0$ <b>63</b>	$x^2 - 36 = 0$ <b>62</b>
$x^4 - 1 = 0$ <b>65</b>	$x^4 - 81 = 0$ <b>64</b>
$25x^2 - 16 = 0$ <b>67</b>	$4x^2 - 9 = 0$ <b>66</b>
$x^2 + 4x + 4 = 0$ <b>69</b>	$x^2 - 2x + 1 = 0$ <b>68</b>
$4x^2 + 1 = 4x$ <b>71</b>	$9x^2 = -6x - 1$ <b>70</b>
$40x + 25 = -16x^2$ <b>73</b>	$-4 + 20x - 25x^2 = 0$ <b>72</b>
$9 - 6x + x^2 = 0$ <b>75</b>	$64 + 16x + x^2 = 0$ <b>74</b>

شیتەلکردن و سیفەتی لیكدانی سفری بۆ شیکارکردنی ئەم هاوکیشانە بەکاربەینە.

$t^2 - 2t - 15 = 0$ <b>77</b>	$x^2 - 7x + 10 = 0$ <b>76</b>
$6x^2 + 3x - 9 = 0$ <b>79</b>	$4x^2 + 4x - 24 = 0$ <b>78</b>
$x^2 - 15x + 56 = 0$ <b>81</b>	$t^2 + 7t - 60 = 0$ <b>80</b>
$x^2 - 3x - 40 = 0$ <b>83</b>	$x^2 + 8x + 12 = 0$ <b>82</b>
$4x^2 - 8x + 3 = 0$ <b>85</b>	$6x^2 + 20x - 16 = 0$ <b>84</b>

ئەم برانە شیتەلکە.

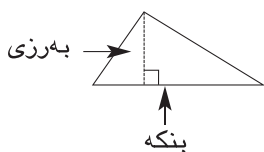
$x^{2n} - 2x^n + 1$ <b>88</b>	$x^{2n} - 1$ <b>87</b>	$(a+b)^4 - (a-b)^4$ <b>86</b>
-------------------------------	------------------------	-------------------------------

بەرەنگاری

ئەندازە پێسای هەژمارکردنی پووبەری سیگۆشە بریتیە لە  $A = \frac{1}{2}bh$ ، کە  $A$  پووبەر و  $b$  درێژی بِنکە و  $h$  بەرزى بێت. ئەم زانیارییە بەکاربەینە بۆ شیکارکردنی پراھینانی 89 و 90.

بەستنهوه

**89** بەرزى ئەو سیگۆشەییە بدۆزەرەو کە پووبەرەکەى  $42 \text{ cm}^2$  و بِنکەکەى  $5 \text{ cm}$  زیاترە لە بەرزىیەکەى.



**90** درێژی بِنکەى ئەو سیگۆشەییە بدۆزەرەو کە پووبەرەکەى  $12 \text{ cm}^2$  و بەرزىیەکەى  $5 \text{ cm}$  کەمترە لە درێژی بِنکەکەى.

روانیتیک بۆ دواوه

هەر لاسەنگەیکە شیکاریکە و کۆمەلەى شیکار لەسەر هێلێ ژمارەکان بنوینە.

$2x - \frac{3}{4} \geq 7$ <b>92</b>	$2x - 4 > 12 + 5x$ <b>91</b>
-------------------------------------	------------------------------

$$-2\left(\frac{2}{3}x+5\right)-13<0 \quad \boxed{94}$$

$$3(3x+7)-12\leq 8-\left(\frac{1}{2}x+9\right) \quad \boxed{93}$$

لېكچيان بده.

$$(-2x+9)(-4x+7) \quad \boxed{96}$$

$$(3x+4)(-x-5) \quad \boxed{95}$$

$$\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}\right)(-5x-2) \quad \boxed{97}$$

## روانينيك بۆپيشه وه



ئەگەر كرا ئەم بېرە دووجايانه شېتەلېكە.

$$(x-1)^2-16 \quad \boxed{100}$$

$$(x+9)^2+36 \quad \boxed{99}$$

$$(x+2)^2-4 \quad \boxed{98}$$

## ئامانجەكان

- بۇ دۆزىنەۋەى پەگە  
پاستىيەكانى ھاوكېشەيەكى  
دووجا ياسا بەكار دەھىنن.

## جىيەجىكر دىنەكان

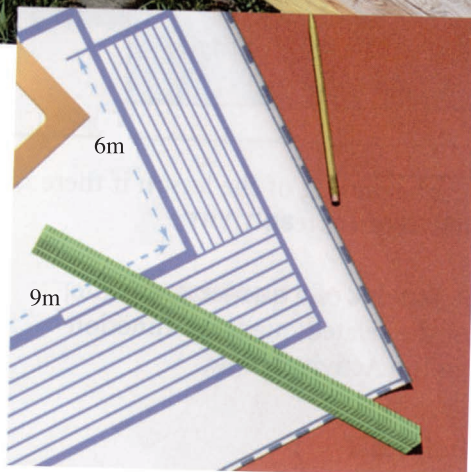
## بىناسازى

## شىكار كىردنى ھاوكېشە دووجاكان بە ياسا

## Solving Quadratic Equation By Formula



**بۆجى**  
دەتوانىن بە بەكارھىتانى ياسا  
شىكار كىردنى ھاوكېشەى دووجا زۆر كېشەى  
ژيانى پۇژانە شىكارىكەين ۋەك دۆزىنەۋەى  
دووربىيەكانى رېپرەۋەى خانوۋىەك.



خانەۋادەى ۋەسمان بېرىددا رېپرەۋىك  
دروستىكات بە پانىيەكى نەگۆپ بە درىژايى  
ھەردوولاي مائەكەيان خىزانەكە ئەۋەندە  
كەرەستەيان ھەيەكە بەشى رېپرەۋىكى پووبەر  
 $54m^2$  دەكات. پانى رېپرەۋەكە پېۋىستە چەند بىت؟  
دەتوانىت ياسا شىكار كىردنى ھاوكېشەى دووجا  
بەكاربەھىنن بۇ شىكار كىردنى ئەۋ پىرسىارە.

زانايانى بىركارى ياسا يەكەيان دانا، بۇ شىكار كىردنى ھاوكېشەى دووجا لەسەر شېۋەى گشتى  
 $ax^2 + bx + c = 0$  ئەم ياسا بەرپكى گىرنگ بەكار دەھىننن ناوياننا جياكەرەۋە.

## جياكەرەۋە Discriminant

بەبىرى  $\Delta = b^2 - 4ac$  دەوترىت بىرى جياكەرەۋەى ھاوكېشەى دووجا  $ax^2 + bx + c = 0$   
كاتىك  $a \neq 0$ .

### شیکارکردنی هاوکیشهی دووجا به یاسا

ژمارهی رهگهکان له کۆمهلهی ژماره راستیهکان	جیاکهروهه
هاوکیشهکه دوو پهگی راستی جیاوازی ههیه که بریتین له: $x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ و $x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$\Delta > 0$
هاوکیشهکه دوو پهگی راستی یهکسانی ههیه. $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$	$\Delta = 0$
هاوکیشهکه پهگی راستی نییه له کۆمهلهی ژماره راستیهکان.	$\Delta < 0$

### نموونه

یاسا بهکاربهینه بۆ شیکارکردنی هاوکیشهی  $x^2 + 5x - 14 = 0$

شیکار

ئهگهر  $x^2 + 5x - 14 = 0$  له گهڵ شیوهی گشتی هاوکیشهی دووجا  $ax^2 + bx + c = 0$  بهراوردبکهین دهبنین  $a = 1$  و  $b = 5$  و  $c = -14$ .

هاوکیشهکه بهم شیوهیه شیکاریکه:

1. جیاکهروهه ههژماریکه به له جیاتیدانانی بههاکان له  $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times (-14) = 25 + 56 = 81$$

2. له بهرئهوهی جیاکهروهه موجهه، هاوکیشهکه دوو پهگی راستی جیاوازی ههیه که بریتین له:

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} & , & & x_1 &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-5 - \sqrt{81}}{2} & , & & &= \frac{-5 + \sqrt{81}}{2} \\ &= -7 & , & & &= 2 \end{aligned}$$

ههولبده

هاوکیشهی  $x^2 + 5x - 14 = 0$  به شیتهلکردن شیکاریکه، بۆ ساغکردنهوهی دروستی وهلامی نمونهی 1.

✓ خالی چاودیتری

### نموونه

یاسا بهکاربهینه بۆ شیکارکردنی هاوکیشهی  $4x^2 = 8 - 3x$  دوو رهگهکه به تهواوی بنووسه پاشان بۆ نزیکترین بهش له دهیهک نزیکیانکهوه.

شیکار

شیوهی گشتی هاوکیشهکه بریتیهله:  $4x^2 + 3x - 8 = 0$  که هاوکۆلکهکانی بریتین له:  $a = 4$  و  $b = 3$  و  $c = -8$ .

جياكهرهوه ههژماربكه به له جياتيدانان  $\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 4(-8) = 9 + 128 = 137$

له بهر ئه وهى جياكهرهوه موجه به، هاوكيشه كه دوو رهگى راستى جياوازى ههيه كه ئه مانه ن:

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} & , & & x_1 &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-3 - \sqrt{137}}{8} & , & & &= \frac{-3 + \sqrt{137}}{8} \\ &\approx -1.8 & , & & &\approx 1.1 \end{aligned}$$

ههولبده ياسا به كاربهينه بو شيكاركردى هاوكيشه  $2x^2 - 6x = -3$  دوو رهگه كه به تهواوى بنوسه پاشان بو نزيكترين بهش له دهيهك نزيكبانكه وه.

ياسا به كاربهينه بو شيكاركردى هاوكيشه  $x^2 - 3x + 6 = 0$ .

شيكار

هاوكولكه كان بریتين له  $a = 1$  و  $b = -3$  و  $c = 6$ .

جياكهرهوه كه ههژماربكه.  $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 9 - 24 = -15$

له بهر ئه وهى جياكهرهوه ساليبه بويه هاوكيشه كه رهگى نيه له كومهللهى ژماره راستيه كان

ههولبده ئه م هاوكيشه  $4x + 2 = -3x^2$  شيكاربكه.

ئه م هاوكيشه  $3x^2 + 12 = 12x$  شيكاربكه.

شيكار

هاوكيشه كه به شپوهى گشتى بنوسه:  $3x^2 - 12x + 12 = 0$

جياكهرهوه كه ههژماربكه.  $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 3 \times 12 = 144 - 144 = 0$

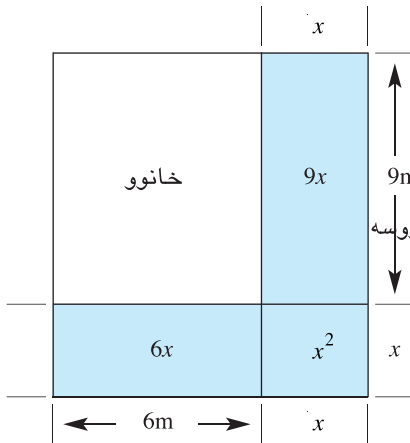
له بهر ئه وهى  $\Delta = 0$  هاوكيشه كه دوو رهگى راستى يهكسانى ههيه كه ئه مانه ن:

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{12}{6} = 2$$

ههولبده ئه م هاوكيشه  $x^2 - 14x = 49$  شيكاربكه.

به‌گه‌پانه‌وه بو سهره‌تای وانه‌که، پانی پیره‌وه‌که دیاریبکه نه‌گهر زانیت خیزانی وه‌سمان نه‌وه‌نده کهره‌سته‌ی هه‌یه که به‌شی 54 مه‌تر دووجا بکات.

شیکار



ئه‌و بره‌ی پروبه‌ری پاره‌وه‌که دهنوینت بریتیه له داواکراو: شیکارکردنی  $A(x) = x^2 + 9x + 6x = x^2 + 15x$  هاوکیشه‌ی  $x^2 + 15x = 54$  هاوکیشه‌که به‌شیوه‌ی گشتی بنووسه و هاوکۆلگه‌کانی دیاریبکه  $a = 1$  و  $b = 15$  و  $c = -54$  جیاکهره‌وه‌ی ئەم هاوکیشه‌یه هه‌ژماربکه:  
 $\Delta = b^2 - 4ac = 225 - 4 \times 1 \times (-54) = 441$

له‌به‌رئه‌وه‌ی جیاکهره‌وه‌که موجه‌به، هاوکیشه‌که دوو ره‌گی راستی جیاوازی هه‌یه که ئەمانه‌ن:

$$x_2 = \frac{-15 - \sqrt{441}}{2} = -18 \quad x_1 = \frac{-15 + \sqrt{441}}{2} = 3$$

وه‌لامه‌که 3 یه چونکه ره‌گی -18 به‌جینه‌ی، چونکه پانی پاره‌و نابیت ژماریه‌کی سالب بیت.

جیبه‌جیکردنه‌کان

هه‌ولبده پانی پاره‌وه‌که دیاریبکه نه‌گهر کهره‌سته‌که به‌شی 34 مه‌تر دووجا بکات.

## راهیان

### به‌رده‌وامبوون له بیر کاریدا

1 چون یاسای شیکارکردنی هاوکیشه‌ی دووجا به‌کاردینت بو شیکارکردنی هاوکیشه‌ی

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

### راهیانی ئاراسته‌کراو

یاسا بو دیاریکردنی هه‌ردوو ره‌گی ئەم هاوکیشه‌ی به‌کاربه‌ینه.

$$2x^2 - 5x = 3 \quad 3$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \quad 2$$

### راهیان و جیبه‌جیکردن

یاسا بو شیکارکردنی ئەم هاوکیشه‌ی دووجایانه به‌کاربه‌ینه، شیکاره‌کان به‌ته‌واوی بنووسه (به‌بی نزیککردنه‌وه).

$$x^2 + 6x = 0 \quad 5$$

$$x^2 + 7x + 9 = 0 \quad 4$$

$$(x-4)(x+5) = 7 \quad 7$$

$$(x+1)(x-2) = 5 \quad 6$$

$$x^2 - 3x - 1 = 0 \quad 9$$

$$t^2 - 9t + 5 = 0 \quad 8$$

$$x^2 - 5x - 6 = 18 \quad 11$$

$$x^2 + 9x - 2 = -16 \quad 10$$

$$4x^2 = -8x - 3 \quad 13$$

$$5x^2 + 16x - 6 = 3 \quad 12$$

$$x^2 + 3x = 2 - 2x \quad \boxed{15}$$

$$x^2 + 10x = 5 \quad \boxed{17}$$

$$5x^2 - 2x - 3 = 0 \quad \boxed{19}$$

$$-x^2 - 3x + 1 = 0 \quad \boxed{21}$$

$$3x^2 - 3 = -5x - 1 \quad \boxed{14}$$

$$x^2 + 6x + 5 = 0 \quad \boxed{16}$$

$$-2x^2 + 4x = -2 \quad \boxed{18}$$

$$-6x^2 + 3x + 19 = 0 \quad \boxed{20}$$

## روانينيك بۆدواوه

شېتەلكردن وسيفهتى ليكدانى سفرى له شىكارردنى ئەم ھاوكيشانه بهكاربهينه.

$$4x^2 = 64 \quad \boxed{23}$$

$$x^2 - 9x = 0 \quad \boxed{22}$$

$$x^2 - 3x + 10 = 0 \quad \boxed{25}$$

$$4x^2 - 4x + 1 = 0^{25} \quad \boxed{24}$$

## روانينيك بۆپيشهوه

ئايا دهتوانيت له كۆمهلهى ژماره راستيهكان شىكاررېك بدۆزيتهوه بۆ ھاوكيشه دووجاى  $2x^2 + 5x + 6 = 0$  26

ئەمە به پشتبهستن به ياساى شىكارردنى ھاوكيشهى دووجا

پوونبكهوه.



# هیزهکان و رهگهکان

## Powers and Radicals

مرؤف هەر له زوهوه هیزهکان و رهگهکانی ناسیوهتهوه، لهسهرتادا تهنها هیزی ژمارهی تهواوی توان تهواوی موجهی ناسی به هوی لیكدان و رهگهکانیش تهنها رهگی دووجا بوون پاشان رهگی سیجا: مرؤف تووشی ئاستهنگی گهوره بوو لهکاتی لیكدانی هیزهکان و رهگهکان. لهگهڵ پيشکتهوتنی کهشتیهوانی و گهردوونناسی، پیویستی به جیبهجیکردنی کرداری ئالۆزی بیرکاری توانی تیدابیت زۆرتر بوو. زانایانی بیرکاری بهکاریکی سهخت ههلسان بوو گۆرپینی کرداری لیكدان بوو کرداری کوکردنهوهی خیرا. لهو کاره سهرکهوتوو بوون به هوی بهکارهینانی چهمکی لۆگاریتم.

بهشی

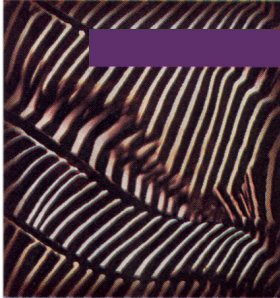
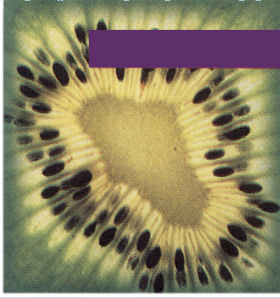
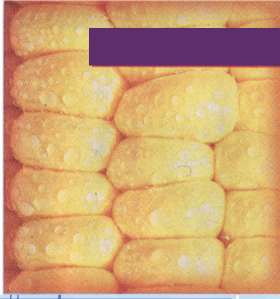
2

وانهکان

1. هیزهکان

2. رهگهکان

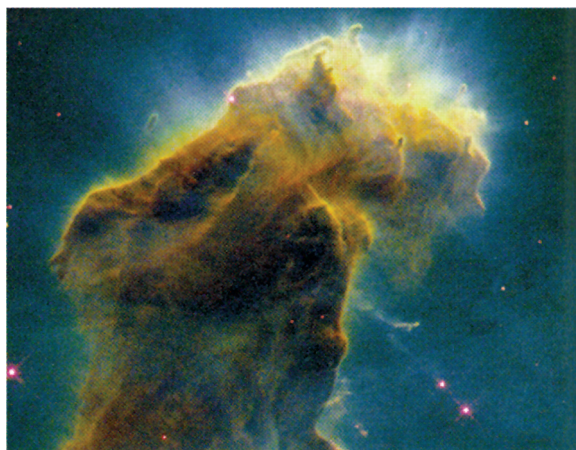
3. لۆگارتمهکان



# هیزهکان Powers

وانه‌ی

1



یوچی

زانایانی گهردووناسی  
هیزهکانیان بهکارهیناوه، یو  
دهربینی گهوره دوریهکان وهک  
دووری نیوان زهوی و ته‌مه  
نه‌ستیره‌ی باز. (نموونه 5)

نامانجهکان

- به ساده‌ترین شیوه‌ئو  
برانه‌ی هیزیان تیدایه  
دهنوسیت.
- شیوه‌ی زانستی ژمارهکان  
بهکارده‌هینیت.

هیزهکان ئه‌و برانه‌ن به‌شیوه‌ی  $a^n$  دهنوسرین، کاتیک  $a$  ژماره‌یه‌کی راستی بیت جگه‌له سفر، وپی  
دهوتریت بنچینه‌ی هیزه‌که، و  $n$  ژماره‌یه‌کی ته‌واوه و پیی دهوتریت توانی هیزه‌که.  
کاتیک  $n$  ژماره‌یه‌کی ته‌واوی موجب بیت، ئه‌وا  $a^n$  لیکدانی ژماره  $a$  له‌خوی  $n$  جار دهرده‌بریت.

توان  
بنچینه

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n$$

هه‌ردوو که‌وانه‌که بو دهوردانی بنچینه‌که به‌کاربهینه، کاتیک له‌سه‌ر  
یه‌ک هیما نه‌وستبیت.

شیوه‌ی دریز بپی	بنچینه	شیوه‌ی توانی
$-2(x \times x \times x)$	$x$	$-2x^3$
$-(2x)(2x)(2x)$	$2x$	$-(2x)^3$
$(-2x)(-2x)(-2x)$	$-2x$	$(-2x)^3$

نهم برانه به‌شیوه‌ی دریز بپی بنووسه.

نموونه

شیکار

$$(4y)^3$$

$$(4y)^3$$

$$(4y)(4y)(4y)$$

$4y$  بنچینه‌یه و توانه‌که 3  
 $4y$  سی جار له خوی لیکدراوه.

$$\boxed{\text{ب}} \quad -a^3$$

$$-(a)^3$$

$$-(a \times a \times a)$$

$$\boxed{\text{ج}} \quad 2y^2(x-3)^3$$

$$2y^2(x-3)^3$$

$$2(y)(y)(x-3)(x-3)(x-3)$$

بنچینه  $a$  یه و توانه که ی 3 یه  
( $a$ ) سی جار له خوئی لیکدراوه

ئو بره دوو بنچینه ی هه یه  $y$  و  $x-3$  ،  $y$  دوو جار له  
خوئی لیکدراوه،  $x-3$  سی جار له خوئی لیکدراوه.

هه ولبده

هر بریک به شیوه ی دریزیری بنوسه.

$$\boxed{\text{ا}} \quad (2a)^5$$

$$\boxed{\text{ب}} \quad 3b^4$$

$$\boxed{\text{ج}} \quad -(2x-1)3y^2$$

ئو هیژانه ی توانه کانیا ن سفره یان ژماره یه کی ته وای سالبه

با  $a$  ،  $b$  هر ژماره یه کی راستی بن جگه له سفر،  $n$  هر ژماره یه کی ته وای موجب بیئ.

به نویسن	به ژماره	به جهر
سیفه تی توانی سفری هیژی ژماره یه کی راستی جگه له 0 به توانی 0 بریتییه له 1 .	$100^0 = 1$	$a^0 = 1$
سیفه تی توانی سالب هیژی ژماره یه کی راستییه جگه له 0 به توانی سالب بریتییه له هیژی هه لگه پاوه ی ئو ژماره به توانیک یه کسانه به دژه توانی بنه پرتی	$7^{-2} = \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{7^2}$  $\left(\frac{3}{2}\right)^{-4} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$	$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

ھەرىكەك لەم برانە بە سادەترین شیۆە بنووسە.

2<sup>-3</sup> ا

-( $\frac{3}{4}$ )<sup>-4</sup> ب

$\frac{1}{2^3}$

ھەلگەپراوی ژمارە 2 دەکاتە  $\frac{1}{2}$

-( $\frac{4}{3}$ )<sup>4</sup>

ھەلگەپراوی ژمارە  $\frac{3}{4}$  دەکاتە  $\frac{4}{3}$

$\frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8}$

$-\frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} = -\frac{256}{81} = -3\frac{13}{81}$

ھەولبەدە

ھەرىكەك لەم برانە بە سادەترین شیۆە بنووسە.

( $\frac{1}{3}$ )<sup>-4</sup> ا

(-5)<sup>-5</sup> ب

دەتوانیت سیفەتی ھێزەکان بەکاربھێنیت بۆ نووسینی ئەو برانەى ھێزبان تێدایە بە سادەترین شیۆە.

سیفەتی ھێزەکان

با  $a$  و  $b$  دوو ژمارەى راستى بن جگە لە  $m$  و  $n$  دوو ژمارەى تەواوین.

بە نووسین	بە ژمارە	بە جەبر
سیفەتی لیکدانى ھێزەکان بۆ لیکدانى دوو ھێز ھەمان بنچینەیان ھەبێت دوو توانەكە کۆبکەو.	$4^3 \times 4^2 = 4^{3+2} = 4^5$	$a^m \times a^n = a^{m+n}$
سیفەتی دابەشکردنى ھێزەکان بۆ ئەو ھێزى ھێزىك دابەش بکەیت بەسەر ئەوى تریان ھەمان بنچینەیان ھەبێت تۆنى دووھم لە تۆنى یەكەم دەربکە.	$\frac{3^7}{3^2} = 3^{7-2} = 3^5$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
سیفەتی ھێزى ھێز بۆ ئەو ھێزىك تۆنى $m$ بەرزبکەیتەو ھۆ تۆنى $n$ ، دوو توانەكە لە یەكتر بدە و بنچینەكەش بپاریزە	$(4^3)^2 = 4^{3 \times 2} = 4^6$	$(a^m)^n = a^{mn}$
سیفەتی ھێزى ئەنجامى لیکدان بۆ ئەو ھێزى ئەنجامى لیکدانى دوو ژمارە بۆ توانىكی دیارى کراو بەرزبکەیتەو ھەریەكەیان بەرزکەو بە ئەو تۆنە و ھەردوو ھێزە بە ئەنجامھاتوئەكە لە یەكتر بدە.	$(4 \times 3)^2 = 4^2 \times 3^2$	$(a \times b)^n = a^n \times b^n$
سیفەتی ھێزى ئەنجامى دابەشکردن بۆ ئەو ھێزى ئەنجامى دابەشکردنى ژمارە یەك بەسەر ژمارە یەكی تر بە توانىكی دیارىکراو بەرزبکەیتەو، ھەریەكیان بۆ ئەو تۆنە بەرزکەو و ھێزى یەكەم بەسەر ھێزى دووھم دابەشکە.	$(\frac{3}{5})^2 = \frac{3^2}{5^2}$	$(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$

برێك بە سادەترین شیۆە دەبێت کاتێك ھەریەك لە ھێزى تۆن سالب و ھێمای یەكتر بەستن و  
پراوى لە یەكجۆو لەخۆ نەگرێت.

## نمونە

3

ھەرىكەت لەم برانە بە سادەترین شێوہ بنووسە، وا دابنێ ھەموو گۆراوەکان جیان لە سفر

شیکار

$$2x^3(-5x) \quad \boxed{\text{ا}}$$

$$2(-5)x^3x^1$$

$$-10x^{3+1}$$

$$-10x^4$$

$$\left(\frac{ab^4}{b^7}\right)^2 \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$(ab^{4-7})^2 = (ab^{-3})^2$$

$$\text{سیفەتی ھیزی ئەنجامی لیکدان} = a^2(b^{-3})^2$$

$$\text{سیفەتی ھیزی ھیز} = a^2b^{(-3)\times 2}$$

$$\text{سیفەتی توانی سالب} = a^2b^{-6} = \frac{a^2}{b^6}$$

سیفەتی لیکدانی ھیزەکان

ھەولبەدە

ھەرىكەت لەم برانە بە سادەترین شێوہ بنووسە، وا دابنێ ھەموو گۆراوەکان جیان لە 0

$$(-2x^3y)^{-3} \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$(5x^6)^3 \quad \boxed{\text{ا}}$$

شێوہی زانستی بۆ ژمارەیکە بریتیە لە نووسینی ژمارەیکە بە بەکارھێنانی ھیزەکانی ژمارە 10 بەم شێوہی  $m \times 10^n$  کاتێک  $m$  ژمارەیکە راستی بێت پاسادانی مەرجی  $1 \leq m < 10$  بکات و  $n$  ژمارەیکە تەواو بێت.

شێوہی ژمارەیی	جولاندنی فارزە دەیی	شێوہی زانستی
12750000	7 خانە بەرەو لای راست	$1.275 \times 10^7$
0.00000035	7 خانە بەرەو لای چەپ	$3.5 \times 10^{-7}$

دەتوانیت یاساکانی ھیزەکان بەکاربھێنیت بۆ کرداری ژمارەیی لەسەر ئەو ژمارانە بە شێوہی زانستی نووسراون.

ھەرىكەت لەم برانە بە سادەترین شێوہ بنووسە وەلامەکان بە شێوہی زانستی بنووسە.

4

## نمونە

شیکار

$$\frac{9.1 \times 10^{-3}}{1.3 \times 10^8} \quad \boxed{\text{ا}}$$

$$\left(\frac{9.1}{1.3}\right) \times \left(\frac{10^{-3}}{10^8}\right)$$

$$7.0 \times 10^{-11}$$

9.1 دابەشکە بەسەر 1.3 و توانەکان لەیکە دەریکە  $-3-8=-11$

$$\boxed{ب} \left( 3.5 \times 10^8 \right) \left( 5.2 \times 10^5 \right)$$

$$(5.2)(3.5) \times (10^8)(10^5)$$

$$18.2 \times 10^{13}$$

$$1.82 \times 10^{14}$$

3.5 له 5.2 بده و دوو توانهكه كوچكه وه  $8 + 5 = 13$   
له بهرئيه وه  $18.2 < 10$  فارزه كه بولاى چهپ  
بجولئنه وه و 1 بو توانهكه زيادبكه.

ههولبده

ههريهك له م برانه به سادترين شيوه بنووسه وه لامهكان به شيوهى زانستى بنووسه.

$$\boxed{ب} \left( 4 \times 10^{-6} \right) \left( 3.1 \times 10^{-4} \right)$$

$$\boxed{ا} \frac{2.325 \times 10^6}{9.3 \times 10^9}$$

## نمونە

5

جيبه جيكردن له سهر شيكار كردنى پرسيارهكان.

پوناكى به خيراىى پوناكى برىتييه له  $3 \times 10^5 \text{ km/sec}$  به نزيكه يى. پوناكى چه ند خوولهكى  
بيويسته بو نه وهى دوورى نيوان پوژ و موشتەرى بپرئت.

دوورى نيوان پوژ و ههسارهكان بهمهتر	
دوورى	ههساره
$5.8 \times 10^{10}$	عهتارد
$1.1 \times 10^{11}$	فينوس
$1.5 \times 10^{11}$	زهوى
$2.3 \times 10^{11}$	مهريخ
$7.8 \times 10^{11}$	موشتەرى
$1.4 \times 10^{12}$	زوحهه
$2.9 \times 10^{12}$	نورانوس
$4.5 \times 10^{12}$	نيبتون
$5.9 \times 10^{12}$	بلوتو

1. پرسيارهكه تيبكه.

داواكراو برىتييه له ههژمار كردنى ئه و كاتهى كه

پوناكييه كه دهردهچيت له پوژ تا دهگاته موشتەرى.

ليستىك بو زانياريهه گرنگهكان دروستبكه.

• خيراىى پوناكى له بو شايى برىتييه  $3 \times 10^5 \text{ km/sec}$   
به نزيكه يى

• دوورى نيوان پوژ و موشتەرى دهكاته  $7.8 \times 10^{11} \text{ m}$ .

2. پلان دابريژه بو شيكار كردنى پرسيارهكه

ئهو پهيوهنديهه كه خيراىى و دوورى و كات

بهيهكه وه ده به ستيته وه به كار بهينه.

$$\text{خيراىى} = \frac{\text{دوورى}}{\text{كات}}$$

3. شيكار كردنى پرسيارهكه به گوپىنى خيراىى روناكى

له  $\frac{\text{كيلومتر}}{\text{چركه}}$  بو  $\frac{\text{متر}}{\text{خولهك}}$  ده ستيپبكه.

$$\text{ليژه } 10^3 \text{ m} = 1000 \text{ m} \text{ له ههه كيلومه تريك.} \quad 3 \times 10^5 \frac{\text{km}}{\text{sec}} \left( \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right) \left( \frac{60 \text{ sec}}{1 \text{ min}} \right)$$

$$(3 \times 60) \times (10^5 \times 10^3) \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$180 \times 10^8 \text{ m/min} = 1.8 \times 10^{10} \text{ m/min}$$

كهواته خيڙايى روناكى  $1.8 \times 10^{10}$  مەترە لە خولەك كيكدا.  
ئىستا پەيوەندى نيوان خيڙايى و دورى و كات بەكاربەينه بۆ ھەژمارکردنى ژمارەى ئەو  
خولەكانەى پروناكييه كه پيوستى تى بۆ ئەوەى لە رۆژەو بەگاتە موشتەرى.

$$\text{خولەك} = \frac{\text{دورى}}{\text{خيڙايى}} = \frac{7.8 \times 10^{11}}{1.8 \times 10^{10}} \approx 43.33$$

4. **ساغبكهوه** روناكييه كه بە نزيكەى پيوستى بە 43.33 خولەك ھەيە بۆ ئەوەى ماوەى نيوان  
رۆژ و موشتەرى بپرئت. لەبەر ئەوەى روناكى بە خيڙايى  $3 \times 10^5 \text{ km/s}$  دەروات و پيوستى بە  
نزيكەى  $43.33 \times 60 \approx 2600$  چرکە ھەيە بۆ برينى ماوەى نيوان رۆژ و موشتەرى، كهواتە ئەو  
دوربىيە دەكاتە:

$$3 \times 10^5 \times 2600 = 7.8 \times 10^8$$

$$7.8 \times 10^8 \text{ km يان } 7.8 \times 10^{11} \text{ m كهواتە ولامەكە بەجيئە}$$

ھەولبەدە روناكى چەند خولەكى پيوستە بۆ ئەوەى لە رۆژەو بەگاتە زەوى؟

## راھيەنان

### بەردەوامبوون لە بىر كاريدا

1 كەى دەبئت ژمارەيك بەشيۆەى زانستى بنوسرئت؟

### راھيەنانى ئاراستە كراو

ئەم برانە بەشيۆەى دريژبى بنوسە.

2  $4(a-b)^2$  3  $(12xy)^4$  4  $-x^2(-2y)^5$  5  $(-\frac{1}{2}b)^3$

ھەريەك لەم برانە بە سادەترين شيۆە بنوسە.

6  $(-\frac{3}{5})^{-2}$  7  $5^0$  8  $(-\frac{2}{3})^{-3}$  9  $10^{-1}$

ھەريەك لەم برانە بە سادەترين شيۆە بنوسە، وا دابنى ھەموو گۆراو دەكان جيان لە سفر.

10  $(-3a^2b^3)^2$  11  $c^3d^2(c^{-2}d^4)$  12  $\frac{5uv^6}{u^2v^2}$  13  $10(\frac{y^5}{x^2})^2$

14  $-2s^{-3}t(7s^{-8}t^5)$  15  $-5m(mn^2)^3$  16  $\frac{(4b)^2}{2b}$  17  $\frac{x^{-1}y^{-2}}{x^3y^{-5}}$

ھەريەك لەم برانە بە سادەترين شيۆە بنوسە بە نووسينى ولامەكان بەشيۆەى زانستى.

18  $(2.2 \times 10^5) \times (4.5 \times 10^{11})$  19  $\frac{7.8 \times 10^8}{2.6 \times 10^{-3}}$  20  $\frac{1.6 \times 10^{-3}}{4.0 \times 10^4}$

## راھتینان و جیبہ جیکردن

ھەریەك لەم برانە بەشیۆدی درێژبەری بنووسەو.

$$2x(-y^2-x)^2 \quad 24 \quad (-9uv)^3 w^4 \quad 23 \quad 5x^3 \quad 22 \quad (m+2n)^3 \quad 21$$

ھەریەك لەم برانە بە سادەترین شیۆە بنووسە.

$$-6^0 \quad 28 \quad \frac{5^{-3}}{2} \quad 27 \quad \frac{3^{-1}}{4} \quad 26 \quad (-4)^{-2} \quad 25$$

ھەریەك لەم برانە بە سادەترین شیۆە بنووسە. وادابنێ ھەموو گۆراوەكان جیان لە سفر.

$$8a^2b^5(-2a^3b^2) \quad 32 \quad (16u^4v^6)^{-2} \quad 31 \quad (-x^4y^2)^5 \quad 30 \quad \frac{-100u^3v^{-5}}{25u^{-2}v^6} \quad 29$$

ھەریەك لەم برانە بەشیۆدی زانستی بنووسە.

$$(6.8 \times 10^3)(9.5 \times 10^5) \quad 35 \quad \frac{5.1 \times 10^4}{3.4 \times 10^{-5}} \quad 34 \quad (3.2 \times 10^6)(1.7 \times 10^{-4}) \quad 33$$

**بژمێر** پرۆسیسەری بژمێرێك خێرایبەكەى 5.4 گیگا ھێرتز دەتوانیت  $5.4 \times 10^9$  کرداری ژمێرەبى جیبەجیبكات لەیەك چركەدا. گۆرپنى فایلێكى Mp3 بۆ فایلێكى دەنگى پۆیستی بە  $5.02 \times 10^{11}$  کرداری ژمارەبى ھەبە. گۆرپنى ئەو فایلە لەلایەن بژمێرەكە چەند خولەك دەخایەنێت؟ وەلامەكەت بۆ نزیكترین بەش لە سەد نزیكەو؟

ھەر یەك لەم ژمارانە بە شیۆدی ھێزى ژمارە 2 بنووسە پاشان ژمارەكانى ھەر كۆمەلەئەك لەبجووكتەرینەو بۆ گەورەترین ریزبەكە.

$$2^{-2}, 16^1, 4^0, -8^2 \quad 39 \quad 8^{-2}, 4^2, -4^3, 2^{-1} \quad 38 \quad 16^{-2}, 2^{-1}, 4^1, 8^2 \quad 37$$

ھەریەك لەم برانە بە سادەترین شیۆە بنووسە. وادابنێ ھەموو گۆراوەكان جیان لە سفر.

$$12x^0y^5(-2a^3b^2) \quad 42 \quad \left(\frac{3a^3b}{2a^{-1}b^2}\right)^2 \quad 41 \quad \frac{27x^3y}{18x^2y^4} \quad 40$$

$$(6x^5y^3)(-3x^2y^{-1}) \quad 45 \quad \left(\frac{5ab}{-3a^2}\right)^{-2} \quad 44 \quad \frac{72x^2y^3}{-24x^2y^5} \quad 43$$



**پېوهړه‌کان: ئەمانه‌ی خواړه‌وه هه‌ژماربکه.**

46 یارده و ئینج دوو پېوهرن بۆ درېژنی له به‌ریتانیا به‌کاردین. یه‌ک یارده ده‌کاته 36

ئینج. چهند ئینجی چوارگۆشه له یارده‌یه‌کی چوارگۆشه‌دا هه‌یه؟

47 چهند سانتیمه‌تری چوارگۆشه له مه‌تریکی چوارگۆشه‌دا هه‌یه؟

48 له به‌ریتانیا پېوه‌ری سییه‌م بۆ درېژنی به‌کاردیت، ئه‌ویش پێیه هه‌ر پێیه‌ک ده‌کاته 12

ئینج. ژماره‌ی ئینجه سیجاکان له پێیه‌کی سیجا چهنده؟

49 ژماره‌ی مه‌تره سیجاکان له کیلومه‌تریکی سیجا چهنده؟

هه‌ریه‌ک له‌م برانه به ساده‌ترین شیوه بنوسه. وادابنی هه‌موو گۆراوه‌کان جیان له سفر.

50  $-a^2b^6(-7ab^{-4})$  51  $\frac{14x^{-2}y^3}{-8x^{-5}y^5}$  52  $\left(\frac{20x^6}{2x^2}\right)^3$

53  $(10x^{-2}y^0z^{-3})^2$  54  $(-3a^2b^{-1})$  55  $(8m^4n^{-2})(-3m^{-2}n)^0$

56 ناوه‌نده ژمیره‌یی لیدانی دڵ له ژیان‌ی مروّف چنده، ئەگه‌ر زانیت ناوه‌ندی لیدانی دڵ له

چرکه‌یه‌ک 1.2 و ناوه‌ندی ژیان‌ی مروّف 75 ساله‌؟

57 ناوه‌نده ژمیره‌یی هه‌ناسه‌دانی مروّف چنده، ئەگه‌ر زانیت ناوه‌ندی هه‌ناسه‌کانی مروّف له

خوله‌کیک 16 یه و ناوه‌ندی ژیان‌ی مروّف 75 ساله‌؟

58 ناوه‌نده ژمیره‌یی مووه‌کانی سه‌ری مروّف چنده، ئەگه‌ر زانیت ناوه‌نده ژماره‌ی له‌یه‌ک سانتیمه‌تر

دوجا 254 مووه و ناوه‌نده رووبه‌ری سه‌ری مروّف بریتیه‌ی له  $500\text{cm}^2$ .

ئهو سیفه‌تانه دیاریبکه که هه‌ر یه‌کسانیه‌ک ده‌ریده‌پریت.

59  $(x^5)^3 = x^{15}$  60  $(m^2n^5)^4 = m^8n^{20}$  61  $\frac{3b^3}{b^{-2}} = 3b^5$  62  $\left(\frac{xy^5}{x^3}\right)^4 = \frac{x^4y^{20}}{x^{12}}$

63 **زمان** زۆر جار پسته‌یه‌کی له‌م جوړه به‌کاردیت (ژماره‌ی دانیش‌توانی ئەم وولاته 3.8

ملیۆن کهسه) بۆ ده‌ربهرین له ژماره‌ی دانیش‌توان. ئەو ژماره‌یه به‌شیوه‌ی زانستی بنووسه و

باسی په‌یوه‌ندی نیوان نواندی ژماره‌که له بیرکاری و ده‌ربهرینی زمان له‌وبکه.

64 **بیری په‌خه‌نگر** سیفه‌تی دابه‌شکردنی هێزه‌کان به‌کاربه‌ینه بۆ پوونکردنه‌وه‌ی ئەو هۆیه‌ی

واده‌کات هێزی  $0^0$  پێناسه نه‌کراوین.

65 کام له‌م ژمارانه به‌شیوه‌یه‌کی زانستی دروست نووسراوه.

ا  $11 \times 0^5$  ب  $58.5 \times 0^4$  ج  $0.245 \times 10^{-7}$  د  $7.25 \times 10^0$

66 کام بر یه‌کسانه به  $(-5)(-5)(-5)(-5)(-5)(-5)$  ؟

ا  $5^{-6}$  ب  $(-5)^{-6}$  ج  $(-5)^6$  د  $-5^6$

67 ئەگەر گۆپراوهكانى  $x$  و  $y$  و  $z$  جىابىن لە 0، كام بپ دهكاتە  $\frac{x^4 y^{-3}}{x^2 z^0}$ .

ا  $\frac{x^2}{yz}$

ب  $\frac{x^2 z}{y^3}$

ج  $\frac{x^{-2}}{y^{-3} z}$

د  $\frac{x^2}{y^3}$

68 سەرنجىده  $2^4 = 4^2$ . ئەگەر  $x$  و  $y$  دوو ژمارەى تەواوى موجهب بن، كه پاسەدانى  $x < y$  دهكەن، سى نمونە بهينهوه بو بهايهكانى  $x$  و  $y$  كه  $x^y < y^x$  و سى نمونەى تر بو بهايهكانى  $x$  و  $y$  كه  $y^x < x^y$ .

### روانىتيك بو دواوه

هاوكيشه دووجاكه لهسەر شيوهى گشتى  $ax^2+bx+c=0$  بنوسه، بههاكانى  $a$  و  $b$  و  $c$  دياربكه.

69  $11x(5-x)=0$

70  $(2x-10)(x+1)=0$

71  $4(x+5)(x-5)=0$

72  $-(x+1)(3x+1)=0$

هەريهكه لهم هاوكيشانهى خوارهوه شيكاربكه.

73  $x^2-5x=-6$

74  $x^2+2x-15=0$

75  $(x-2)(x+3)=5$

ئەم يەكسانبووانه تەواوبكه (پۆلهكانى پيشوو).

76  $1 = \square \times \frac{1}{3}$

77  $4x(-3+\square)=-12+32$

78  $0=\sqrt{7}+\square$

هەر بریک لهمانهى خوارهوه ههژماربكه.

79  $\frac{2mn}{n^2-2n+5m}$ ، كاتيک  $m=3$  و  $n=-1$

80  $2x(9y-x^2)$ ، كاتيک  $x=-3$  و  $y=10$

### روانىتيك بو پيشهوه

ا هاوكيشهيهك بنوسه كه تهنه ژمارهى سروشتى تىدابىت و شيكارهكهى پيوستى به ژمارهى سالب ههبيت.

ب هاوكيشهيهك بنوسه تهنه ژمارهى تەواوى تىدابىت، و شيكارهكهى پيوستى به ژمارهى ريزهى ههبيت.



# بره رهگیهکان

## Radical Expressions

بوچی

رهگهکان بهزوری له  
ههژمارکردنی نامار و  
ههژمارکردنی فیزیدا دهردهکهون.  
ههروهها له چالاکیهکانی تری  
ژیانیش دهردهکهون وهک پیزکردن.

وانه‌ی

2

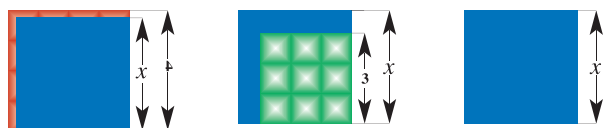
ئامانجهکان

- بههای بریک ههژماردهکات که رهگی تئدایه.
- ئه و برانه ساده دهکات که رهگیان تئدایه.

### Estimating Square Root

### خهملاندنی رهگی دووجا

کارزان چوارگۆشه‌یهکی شینی له بهردهسته پووبه‌ره‌که‌ی 12 یه‌که دووجایه، چون دریژی لایه‌کی دیاریده‌کات؟ بیرت بیټ که ریسه‌ی ههژمارکردنی پووبه‌ری چوارگۆشه ریگات پیده‌دات  $x^2 = 12$  بنوسیت کاتی که  $x$  هیما‌ی دریژی لایه‌کی چوارگۆشه شینه‌که بیټ. که‌واته دریژی لایه‌کی چوارگۆشه شینه‌که بریتییه له رهگی دووجای ژماره 12 له بهرئه‌وه‌ی 12 دووجایه‌کی ته‌واو نییه، له‌سه‌رت پئویسته دریژی لایه‌کی  $x$  بخه‌ملینیت. تیبینی ئه‌وه بکه که 12 ده‌که‌ویته نیوان دوو ژماره‌ی 9 و 16.



پووبه‌ری چوارگۆشه شینه‌که له 9 نزیکتره وهک له 16. له‌مه‌وه دهرده‌چیت که دریژی لایه‌کی چوارگۆشه‌که ده‌که‌ویته نیوان 3 و 4 و له بهرئه‌وه‌ی پووبه‌ری چوارگۆشه‌که 12 له لای 3 نزیکتره له نیوان پووبه‌ری  $3^2 = 9$  و  $4^2 = 16$  که‌واته دریژی لایه‌کی ده‌که‌ویته نیوان 3.4 و 3.5.

$(3.43)^2 = 11.7649$	$(3.42)^2 = 11.6964$	$(3.41)^2 = 11.6281$	$(3.4)^2 = 11.56$
$(3.47)^2 = 12.0409$	$(3.46)^2 = 11.9716$	$(3.45)^2 = 11.9025$	$(3.44)^2 = 11.8336$
	$(3.5)^2 = 12.25$	$(3.49)^2 = 12.1801$	$(3.48)^2 = 12.1104$

که‌واته باشتترین خه‌ملاندن بو رهگی دووجای 12 بریتییه له 3.46 که‌واته  $\sqrt{12} \approx 3.46$ .

## رہگی دووجا Square Root

ئەگەر  $a$  ژمارەییەکی راستی سالب نەبێت، ئەوا دوو رەگی دووجای ھەبێت، یەکیکیان مۆجەبە و بە  $\sqrt{a}$  دەنووسرێت، ئەوی تریان سالبە بە  $-\sqrt{a}$  دەنووسرێت و ئەو دوو ژمارە ساغدەکنەوێت و ئەو

$$\begin{aligned} (\sqrt{a})(\sqrt{a}) &= a & \text{سیفەتە} \\ (-\sqrt{a})(-\sqrt{a}) &= a \end{aligned}$$

## سادەکردنی برە رەگییەکان Simplifying Radical Expressions

برە رەگییەکان **Radical Expressions** ئەو برانەن کە رەگییان تێدایە، کاتی ک دەتەوێت برە رەگییەکان کۆبکەیتەوێت یان لێکیان دەربکەیت، دلنیا بە لە یەکسانبوونی ئەو ژمارانە ی دەکەوێت ژێر ھێمای رەگەکان بۆ نمونە دەتوانیت دوو ژمارە  $2\sqrt{5}$  و  $4\sqrt{5}$  کۆبکەیتەوێت و  $2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$  دەستدەکەوێت.

### نمونە

ئەم برانە سادەبکە.

$$\text{ا} \quad 5\sqrt{6} - 2\sqrt{6}$$

$$\text{ب} \quad 5 + 6\sqrt{7} - 2\sqrt{7} - 3$$

$$\text{ج} \quad 8\sqrt{3} + 6\sqrt{2} - \sqrt{3} + 2\sqrt{2}$$

$$\text{د} \quad b\sqrt{x} + y\sqrt{x}$$

شیکار

ا سیفەتی بەشینەوێت بەکاربھێنە بۆ کۆکردنەوێت رادە لێکچوووەکان، پاشان کۆلکە ی ھاوبەش کە  $\sqrt{6}$  ھەژماربکە.  $5\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = (5 - 2)\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$

ب رادەکان ریزبکەوێت بۆ ئەو ی سادەکردنە کە ئاسان بێت.

$$5 + 6\sqrt{7} - 2\sqrt{7} - 3 = 5 - 3 + 6\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = 2 + 4\sqrt{7}$$

ج رادەکان ریزبکەوێت بۆ ئەو ی سادەکردنە کە ئاسان بێت.

$$8\sqrt{3} + 6\sqrt{2} - \sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 8\sqrt{3} - \sqrt{3} + 6\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 7\sqrt{3} + 8\sqrt{2}$$

د وە ک ژمارەکان لەگەڵ گۆراوەکان رەفتاربکە.

$$b\sqrt{x} + y\sqrt{x} = (b + y)\sqrt{x}$$

ھەولبە ئەم برانە سادەبکە.  $\text{ا} \quad 4\sqrt{6} - \sqrt{6}$

$$\text{ب} \quad y + 2\sqrt{x} - 2y - 3\sqrt{x}$$

په یوهندی نیوان پهگه کان و هیزه کان به کار بهینه، بو جیبه جیکردنی کرداره کان.

1. به دوو ریگا  $\sqrt{9 \times 16}$  هه ژماریکه.

$$\sqrt{9 \times 16} = \sqrt{9} \times \sqrt{16} = ? \quad \boxed{\text{ب}} \quad \sqrt{9 \times 16} = \sqrt{144} = ? \quad \boxed{\text{ا}}$$

2. سی نمونه بهینه وه بو دلنیا بوون له راستی په یوهندی.  $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ .

3.  $\sqrt{9+16}$  و  $\sqrt{9} + \sqrt{16}$  هه ژماریکه و دوو نه نجامه که به راوردیکه.

4. سی نمونه بهینه وه دیاریکه که  $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$  هه موو کات راست نییه.

خالی چاودیږی ✓

### لیکدانی پهگه دوو جاکان Multiplying Square Roots

$a$  و  $b$  دوو ژماره ی راستی سالب نه بن ئەوا:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

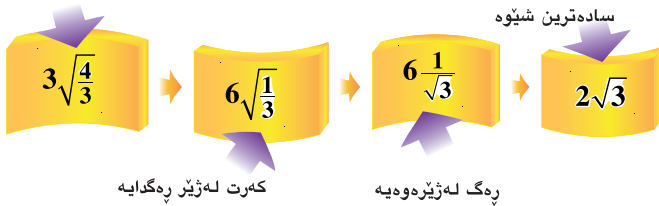
پهفتارکردن له گه ل بره پهگييه دوو جا ساده کراوه کان ئاسانتره له پهفتارکردن له گه ل بره پهگييه دوو جا ساده نه کراوه کان بریکی پهگی به ساده ترین شیوه **Simplist form** ده بیټ نه گه ر ئەم مه رجانه ی تیدابوو:

1. دوو جای ته واو له نیوان کۆلکه کانی ئەو ژماره یه نه بیټ که ده که ویته ژیر هیما ی پهگه که.

2. کهرت له ژیر هیما ی پهگ نه بیټ.

3. پهگ له ژیره ی هیچ کهرتیک نه بیټ له بره که (پژره کردنی ژیره له بیر نه که ی).

ژیر پهگه  
دوو جای ته واوه



ئەم برانه به ساده ترین شیوه بنووسه.

$$\sqrt{a^5 b^{10}} \quad \boxed{\text{د}} \quad \sqrt{a^2} \quad \boxed{\text{ج}} \quad \sqrt{400} \quad \boxed{\text{ب}} \quad \sqrt{12} \quad \boxed{\text{ا}}$$

شیکار

به دوا ی دوو جا ته واوه کان له نیوان هاوکۆلکه کاند **Factors** بگه پری، و سیفته ی لیکدانی پهگه دوو جاکان به کار بهینه پهگه دوو جاکانی ژماره دوو جاکان ساده که (واتا له ژیر پهگ بیان هینه دهره وه) کۆلکه کانی تر به جیبه یله.

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3} \quad \boxed{\text{ا}}$$

$$\sqrt{400} = \sqrt{4} \times \sqrt{100} = 2 \times 10 = 20 \quad \boxed{\text{ب}}$$

نموونه 2

لهبه ره وهی هیماى دوو جا رهگیکی ناسالب نیشانددهات ئهوا  $\sqrt{a^2}$  سالب نییه بو نیشاندانی ئهوه. هیماى بههائى پرووت بهکاربهینه کاتیک توانی گوراو له ژیر هیماى رهگی دوو جا ژماره ی جووت بیټ، و له دهره وهی هیماکه ده بیټ دواى ساده کردن بیټه ژماره ی تاک.

$$\sqrt{a^2} = |a^1| = |a| \quad \boxed{\text{ج}}$$

$$\sqrt{a^5 b^{10}} = \sqrt{a(a^2)^2 (b^5)^2} = a^2 |b^5| \sqrt{a} \quad \boxed{\text{د}}$$

ههولبده

ئهم بره به سادهترین شیوه بنووسه.  $\sqrt{72m^2n^5}$

بوچی بهکارهینانی هیماى بههائى پرووت لهمانه ی دیت پیویست ناکات.

$$\sqrt{b^4} = b^2 \quad \boxed{\text{ب}} \quad \sqrt{b^3} = b\sqrt{b} \quad \boxed{\text{ا}}$$

بیری رهخنهگر

### نموونه

3

ئهم برانه به سادهترین شیوه بنووسه.

$$\sqrt{3} \times \sqrt{6} \quad \boxed{\text{ب}} \quad (5\sqrt{3})^2 \quad \boxed{\text{ا}}$$

$$(3-\sqrt{2})(4+\sqrt{2}) \quad \boxed{\text{د}} \quad \sqrt{2}(6+\sqrt{12}) \quad \boxed{\text{ج}}$$

شیکار

ا لهبیرت بیټ که دوو جای ژمارهیهک بریتییه له ئهنجامی لیدانی ژمارهکه له خوئی ئهم

بیرۆکهیه جیبه جیبه، پاشان کۆلکهکان ریزیکه پیش لیکدان.

$$(5\sqrt{3})^2 = (5\sqrt{3})(5\sqrt{3}) = (5 \times 5)(\sqrt{3} \times \sqrt{3}) = 25 \times 3 = 75$$

ب سیفهتی لیکدانی رهگهکان بهکاربهینه، ئهنجامی لیکدانهکه ی که له ژیر رهگهکه دایه شیته لیکه

$$\sqrt{3} \times \sqrt{6} = \sqrt{3 \times 6} = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

ج سیفهتی بهشینوه بهکاربهینه بو ئهوه ی لیکدان و شیتهل و ساده کردن ئهنجامدهیت.

$$\begin{aligned} \sqrt{2}(6+\sqrt{12}) &= 6\sqrt{2} + \sqrt{2} \times \sqrt{12} = 6\sqrt{2} + \sqrt{2 \times 12} \\ &= 6\sqrt{2} + \sqrt{24} = 6\sqrt{2} + \sqrt{6 \times 4} = 6\sqrt{2} + 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$(3-\sqrt{2})(4+\sqrt{2}) = 12 + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - 2 = 10 - \sqrt{2} \quad \boxed{\text{د}}$$

ههولبده

ئهم برانه به سادهترین شیوه بنووسه  $(2\sqrt{7})^2$  ا

$$\sqrt{2}(4-\sqrt{8}) \quad \boxed{\text{ب}}$$

## دابه شکردنی رهگه دوو جاکان Dividing Squar Roots

با  $a$  و  $b$  دوو ژماره‌ی راستی موجب بن، ئەوا:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

## نموونه

ئەم برانه به سادهترین شیوه بنووسه:

$$\sqrt{\frac{9}{5}} \quad \text{د} \quad \sqrt{\frac{a^2 b^3}{c^2}} \quad \text{ج} \quad \sqrt{\frac{7}{16}} \quad \text{ب} \quad \sqrt{\frac{16}{25}} \quad \text{ا}$$

شیکار:

هه‌ریه‌ك له‌م رهگه دوو جاییانه بنووسه، دواى به‌كاره‌پنانی سیفته‌ی دابه‌شکردنی رهگه‌كان. ئەنجامه‌كانی هه‌ریه‌كه له‌سه‌ره‌ژیره به سادهترین شیوه بنووسه.

$$\sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad \text{ب} \quad \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5} \quad \text{ا}$$

$$\sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \quad \text{د} \quad \sqrt{\frac{a^2 b^3}{c^2}} = \frac{|a|b\sqrt{b}}{|c|} \quad \text{ج}$$

ژیره‌ی دوا وه‌لام رهگی تێدایه. ئەگه‌ر ده‌ته‌وێت له‌و رهگه‌ پزگاربیته، ب‌ره‌كه له  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$  بده كه بریتیه له 1 به‌کرداری ده‌ربازبوون له رهگی ژیره‌كه ده‌وتریت به‌پزیره‌کردنی ژیره‌كه.

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$\sqrt{\frac{ab^2}{c}} \quad \text{ج}$$

$$\sqrt{\frac{4}{3}} \quad \text{ب}$$

$$\sqrt{\frac{4}{24}} \quad \text{ا} \quad \text{ئەم برانه به سادهترین شیوه بنووسه}$$

بەردەوامى لە بىر كارىدا

- 1 پرونىبىكە، وە، چۆن كاغەزى ھېلە پرونىكردنە، وە يىپەكان بەكار دەھىننيت بۇ دۆزىنە، وەى رەگى دووجاى ژمارە 16 (دووجاى تەواو).
- 2 پرونىبىكە، وە، چۆن لاپەرى چوارگۆشەكان بەكار دەھىننيت بۇ خەملاندنى رەگى دووجاى ژمارە 19 (دووجاى تەواو نىيە).
- 3 پرونىبىكە، وە، چۆن  $\sqrt{7}$  دەخەملننيت بەبى بەكارھىنانى بژمىر و لاپەرى چوارگۆشەكان.
- 4 چۆن شىتەلكردن بەكار دەھىننيت بۇ سادەكردنى برىكى رەگى وەك  $5\sqrt{90x^3y^4}$  ؟
- 5 سادەترىن شىوہى برىكى رەگى چۆنە؟

راھىنانى ئاراستە كراو

- ئەم رەگە دووجاىانە ھەژمارىكە
- 6  $\sqrt{36}$  7  $-\sqrt{64}$  8  $\pm\sqrt{81}$  9  $-\sqrt{121}$
- ئەم برانە بەسادەترىن شىوہ بنووسە.
- 10  $8\sqrt{3}-6\sqrt{3}$  11  $9+3\sqrt{7}-5\sqrt{7}+4$
- ئەم برانە بەسادەترىن شىوہ بنووسە.
- 12  $\sqrt{32}$  13  $\sqrt{x^2y^7}$  14  $\sqrt{27x^2}$  15  $\sqrt{a^7b^3}$
- ئەم برانە بە سادەترىن شىوہ بنووسە.
- 16  $(7\sqrt{11})^2$  17  $\sqrt{2} \times \sqrt{10}$  18  $(5-\sqrt{3})(5+\sqrt{3})$
- 19  $\sqrt{\frac{9}{4}}$  20  $\sqrt{\frac{6}{49}}$  21  $\sqrt{\frac{225}{18}}$  22  $\sqrt{\frac{x^7y^1}{z^3}}$

راھىنان و جىبە جىكردن

رەگى دووجا ھەژمارىكە ئەگەر دووجاكە رېژەبى نەبىت، بۇ نرىكترىن بەش لە سەد نرىكبىكە، وە.

- 23  $\sqrt{225}$  24  $-\sqrt{169}$  25  $-\sqrt{11}$  26  $\sqrt{\frac{4}{9}}$  27  $-\sqrt{40}$
- 28  $-\sqrt{27}$  29  $\sqrt{1000}$  30  $\sqrt{10000}$  31  $-\sqrt{0.04}$  32  $\sqrt{0.059}$



به به کارهینانی شیته لکردن به سادهترین شیوه بیانوسه.

$$\sqrt{192} \quad \mathbf{37} \quad \sqrt{3600} \quad \mathbf{36} \quad \sqrt{576} \quad \mathbf{35} \quad \sqrt{196} \quad \mathbf{34} \quad \sqrt{49} \quad \mathbf{33}$$

$$\sqrt{648} \quad \mathbf{42} \quad \sqrt{264} \quad \mathbf{41} \quad \sqrt{1620} \quad \mathbf{40} \quad \sqrt{98} \quad \mathbf{39} \quad \sqrt{75} \quad \mathbf{38}$$

ئهگهر ههریهك له  $a$  و  $b$  ژماره‌ی موجه ب بن، راستی و ناراستی ئه‌م پستانه دیاربكه.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \mathbf{45} \quad \sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad \mathbf{44} \quad \sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad \mathbf{43}$$

ئه‌م برانه به سادهترین شیوه بنوسه.

$$\sqrt{54} \times \sqrt{6} \quad \mathbf{49} \quad \sqrt{48} \times \sqrt{3} \quad \mathbf{48} \quad \sqrt{8} \times \sqrt{18} \quad \mathbf{47} \quad \sqrt{3} \times \sqrt{12} \quad \mathbf{46}$$

$$\frac{\sqrt{150}}{\sqrt{6}} \quad \mathbf{53} \quad \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{8}} \quad \mathbf{52} \quad \sqrt{\frac{96}{2}} \quad \mathbf{51} \quad \sqrt{\frac{64}{16}} \quad \mathbf{50}$$

$$\frac{\sqrt{96}}{\sqrt{8}} \quad \mathbf{57} \quad \sqrt{\frac{56}{8}} \quad \mathbf{56} \quad \sqrt{98} \times \sqrt{14} \quad \mathbf{55} \quad \sqrt{5} \times \sqrt{15} \quad \mathbf{54}$$

ئه‌م برانه به سادهترین شیوه بنوسه. وایدابنی هه‌موو گۆراوه‌كان سالب نین، و هه‌موو ژیره‌كان جیان له 0.

$$\sqrt{\frac{x^3}{y^6}} \quad \mathbf{61} \quad \sqrt{\frac{a^6}{b^{10}}} \quad \mathbf{60} \quad \sqrt{x^8 y^9} \quad \mathbf{59} \quad \sqrt{a^4 b^6} \quad \mathbf{58}$$

ئه‌و کردارانه جیبه‌جیكه كه له توانادایه و ئه‌نجام به سادهترین شیوه بنوسه.

$$\sqrt{6} + 2\sqrt{3} - \sqrt{6} \quad \mathbf{64} \quad 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 5\sqrt{5} \quad \mathbf{63} \quad 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} \quad \mathbf{62}$$

$$\frac{\sqrt{15} + \sqrt{10}}{\sqrt{5}} \quad \mathbf{67} \quad \frac{6 + \sqrt{18}}{3} \quad \mathbf{66} \quad (4 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{2}) \quad \mathbf{65}$$

ئه‌م برانه به سادهترین شیوه بنوسه.

$$\sqrt{12} \times \sqrt{6} \quad \mathbf{70} \quad (4\sqrt{25})^2 \quad \mathbf{69} \quad (3\sqrt{5})^2 \quad \mathbf{68}$$

$$\sqrt{5}(6 - \sqrt{15}) \quad \mathbf{73} \quad 3(9 + \sqrt{5}) \quad \mathbf{72} \quad \sqrt{72} \times \sqrt{32} \quad \mathbf{71}$$

$$(\sqrt{3} - 4)(\sqrt{3} + 2) \quad \mathbf{76} \quad (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) \quad \mathbf{75} \quad \sqrt{6}(6 + \sqrt{18}) \quad \mathbf{74}$$

$$\sqrt{5}(\sqrt{5} - 4)^2 \quad \mathbf{79} \quad \sqrt{12}(\sqrt{3} + 8)^2 \quad \mathbf{78} \quad \sqrt{3}(\sqrt{3} + 2)^2 \quad \mathbf{77}$$

به‌ره‌نگاری

ئه‌ندازه دريژى لايه‌كى چوارگۆشه‌يه‌ك بدۆزه‌وه رووبه‌ره‌كه‌ى برىتييه له:

$28m^2$  **82**

$144m^2$  **81**

$250m^2$  **80**

**83 باخچه‌كان** له‌به‌ر ده‌رگای مالى سواره باخچه‌يه‌كى چوارگۆشه‌هه‌يه رووبه‌ره‌كه‌ى برىتييه له  $676m^2$ . دريژى لايه‌كى چهنده؟

جي‌يه‌جيكردنه‌كان

### روانىيک بۆ دواوه

ئه‌م برانه به ساده‌ترین شيۆه بنوسه.

$\left(\frac{20x^3}{-4x^2}\right)^3$  **86**

$\frac{x^5y^7}{x^2y^3}$  **85**

$(-a^2b^2)^3(a^4b^2)^3$  **84**

ليکبه.

$(6b+1)(3b-1)$  **89**

$(3d+5)(2d-6)$  **88**

$(2x-4)(2x-4)$  **87**

### روانىيک بۆ پيشه‌وه

ئه‌و هيژانه‌ى تونه‌كانيان ريژه‌يه‌يه به‌كاردين بۆ ده‌رپىنى ره‌گه‌كان و به‌م شيۆه‌يه  $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$  ده‌نوسريت كاتيک  $a$  ژماره‌يه‌كى راستى ناسالبه و  $n$  ژماره‌يه‌كى ته‌واوه له 2 كه‌متر نييه. بۆ نموونه:  $\sqrt[3]{27} = 3$  و  $3^3 = 27$  و  $\sqrt[4]{16} = 2$  و  $2^4 = 16$ .

ياساكانى هيژه‌كان به‌كاربه‌ينه بۆ نووسىنى ئه‌م برانه به ساده‌ترین شيۆه بۆ نموونه:

$$\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^5 \left(x^{\frac{3}{2}}\right) = \left(x^{\frac{5}{2}}\right) \left(x^{\frac{3}{2}}\right) = x^{\frac{8}{2}} = x^4$$

ساده‌يان بکه.

$(xy)^{\frac{1}{2}} \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^6 \left(y^{\frac{1}{2}}\right)^2$  **91**

$\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^4 \left(x^5\right)^{\frac{1}{3}}$  **90**

$\left(x^3y^{\frac{3}{2}}\right)^6 \left(xy\right)^{\frac{1}{2}}$  **92**

# لوگاریتمەکان

## Logarithms

وانەى

3



بۆچى

لوگاریتمەکان بە شىۋەيەكى فراوان بۆ پىۋانەكان بەكار دىيىت، وەك پىۋانى pH بۆ دىيارىكىردنى ترشى گىراۋەكان.

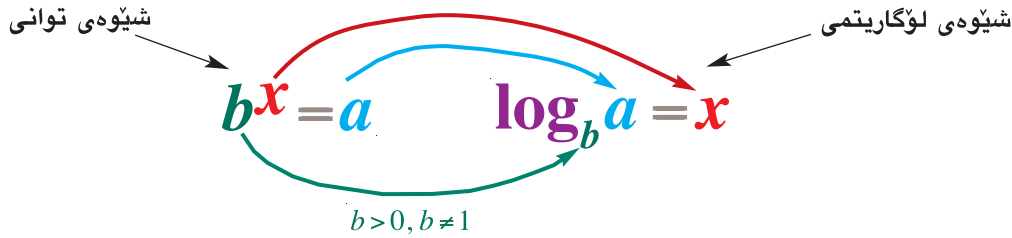
نامانجەكان

• شىۋەى تۋانى بۆ شىۋەى لوگارىتمى دەگۆرىت.

• بىرى لوگارىتمى بە سادەترىن شىۋە دەنوسىت و بەھاكەى ھەژماردەكات.

لەگەل پىشكەوتنى بازرگانى و باشتربونى دەرياۋانى، كىردارى ژمىرىارى ئالۋز گەشەيسەند، بەمەش رېگاكانى ژمىرىيى باشتىر و كەم ئەرك بوۋە پىۋىستىيەكى گەورە. لەبىركارىيىدا لوگارىتمەكان دۆزانەۋە و نەخشەى لوگارىتمى و جىبەجىكىردنى لە ئامار و زۆر بوارى تر پىۋىستىيەكى لە كاربوو.

لوگارىتم كىردارى پىچەۋانەى ھىزەكانە، ھەرەك چۆن لىدەر كىردن پىچەۋانەى كۆكىردنەۋەيە، لوگارىتمىش پىچەۋانەى ھىزەكانە.



بۆ نمونە نووسىنى  $\log_{10} 100 = 2$  ھاۋتاي نووسىنى  $10^2 = 100$ ، بەم شىۋەيە دەخوئىندىتەۋە: لوگارىتمى  $a$  بۆ بنچىنەى  $b$ .

گۆرىن لە شىۋەى تۋانى بۆ شىۋەى لوگارىتمى و بەپىچەۋانەۋە

شىۋەى لوگارىتمى	تۋان	بنچىنە	شىۋەى تۋانى
$\log_2 64 = 6$	6	2	$2^6 = 64$
$\log_7 49 = 2$	2	7	$7^2 = 49$
$\log_3 243 = 5$	5	3	$3^5 = 243$
$\log_5 125 = 3$	3	5	$5^3 = 125$

## لوگارتھم Logarithm

به ژماره‌ی راستی  $x$  دهوتریت لوگارتمی ژماره‌ی موجهبی  $a$  به بنچینه‌ی  $b$  ( $b \neq 1$ ) و دنوسریت.

$$b^x = a \text{ تهگهر } x = \log_b a$$

### نمونہ

له شیوه‌ی توانی بو شیوه‌ی لوگارتمی بگوره.

$$5^0 = 1 \quad \text{د} \quad 4^3 = 64 \quad \text{ج} \quad 3^2 = 9 \quad \text{ب} \quad 2^5 = 32 \quad \text{ا}$$

شیکار

$$2^5 = 32 \Leftrightarrow \log_2 32 = 5 \quad \text{ا}$$

$$3^2 = 9 \Leftrightarrow \log_3 9 = 2 \quad \text{ب}$$

$$4^3 = 64 \Leftrightarrow \log_4 64 = 3 \quad \text{ج}$$

$$5^0 = 1 \Leftrightarrow \log_5 1 = 0 \quad \text{د}$$

ههولبدہ

له شیوه‌ی توانی بو شیوه‌ی لوگارتمی بگوره.

$$100^0 = 1 \quad \text{ج} \quad 5^1 = 5 \quad \text{ب} \quad 2^{10} = 1024 \quad \text{ا}$$

### نمونہ

له شیوه‌ی لوگارتمی بو شیوه‌ی توانی بگوره.

$$\log_{10} 1 = 0 \quad \text{د} \quad \log_5 125 = 3 \quad \text{ج} \quad \log_9 81 = 2 \quad \text{ب} \quad \log_{10} 1000 = 3 \quad \text{ا}$$

شیکار

$$\log_{10} 1000 = 3 \Leftrightarrow 10^3 = 1000 \quad \text{ا}$$

$$\log_9 81 = 2 \Leftrightarrow 9^2 = 81 \quad \text{ب}$$

$$\log_5 125 = 3 \Leftrightarrow 5^3 = 125 \quad \text{ج}$$

$$\log_{10} 1 = 0 \Leftrightarrow 10^0 = 1 \quad \text{د}$$

ههولبدہ

$\log_{10} 0.01 = -2$  به شیوه‌ی توانی بنوسه.

### نمونہ

له شیوه‌یهک بو نهوی تریان بگوره.

$$\log_{10} 10\sqrt{10} = \frac{3}{2} \quad \text{د} \quad \log_{27} \frac{1}{9} = -\frac{2}{3} \quad \text{ج} \quad 5^{-3} = \frac{1}{125} \quad \text{ب} \quad 6^2 = 36 \quad \text{ا}$$

شیکار

$$6^2 = 36 \Leftrightarrow \log_6 36 = 2 \quad \text{ا}$$

$$5^{-3} = \frac{1}{125} \Leftrightarrow \log_5 \frac{1}{125} = -3 \quad \text{ب}$$

$$\log_{27} \frac{1}{9} = -\frac{2}{3} \Leftrightarrow 27^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{9} \quad \text{ج}$$

$$\log_{10} 10\sqrt{10} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 10^{\frac{3}{2}} = 10\sqrt{10} \quad \text{د}$$

هەولبەدە لە شێوھەیکە بۆ ئەوێ تریان بگۆرە.

$$\log_5 25\sqrt{5} = \frac{5}{2} \quad \text{ج} \quad \log_4 \frac{1}{16} = -2 \quad \text{ب} \quad 7^2 = 49 \quad \text{ا}$$

ئەم شێوانە بۆ ئەوێ تریان بگۆرە، بەھاکەئێ بدۆزەو.

$$\log_a 1 \quad \text{د} \quad \log_a a \quad \text{ج} \quad \log_3 3\sqrt{3} \quad \text{ب} \quad \log_2 \frac{1}{16} \quad \text{ا}$$

شیکار

$$x = -4 \quad \text{ا} \quad \text{ئەگەر } x = \log_2 \frac{1}{16} \text{ ئەوا } 2^x = \frac{1}{16} = \frac{1}{2^4} = 2^{-4}$$

$$x = \frac{3}{2} \quad \text{ب} \quad \text{ئەگەر } x = \log_3 3\sqrt{3} \text{ ئەوا } 3^x = 3\sqrt{3} = 3^1 \times 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{2}}$$

$$x = 1 \quad \text{ج} \quad \text{ئەگەر } x = \log_a a \text{ ئەوا } a^x = a \text{ بەمەش}$$

$$x = 0 \quad \text{د} \quad \text{ئەگەر } x = \log_a 1 \text{ ئەوا } a^x = 1 = a^0 \text{ بەمەش}$$

هەولبەدە ئەمانەئێ خوارەو هەژماریکە.

$$\log_x x \quad \text{د} \quad \log_{10} 0.001 \quad \text{ج} \quad \log_2 \frac{1}{8} \quad \text{ب} \quad \log_{10} 10000 \quad \text{ا}$$

1. بۆچی  $\log_a a$  هەموو کات دەکاتە 1؟

2. کەئێ  $\log_a b = \log_b a$ ؟ روونیکەو.

3. ئایا لۆگارتمی ژمارەئێ سالب هەئێه؟ روونیکەو.

بیری رەخنەگر

لەبیرت بێت

$$\log_a^b = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}$$

لەبەرئەوھى لۇگارىتم پېچەوانەى ھىزەكانە، ھەر سيفهتيك لە سيفهتەكانى ھىزەكان دەبنە سيفهتيك لە سيفهتەكانى لۇگارىتم.

## Logarithm properties

## سيفهتەكانى لۇگارىتم

با ھەريەك لە  $a$  و  $b$  و  $c$  ژمارەى راستى موجب بن كاتيك  $c \neq 1$ .

بە نووسين	بە ژمارە	بە جەبر
لۇگارىتمى ئەنجامى لىكدانى دوو ژمارە برىتييه لە كۆى لۇگارىتمى ھەردوو ژمارەكە	$\log_2 32 = \log_2 (4 \times 8)$ $= \log_2 4 + \log_2 8$	$\log_c ab = \log_c a + \log_c b$
لۇگارىتمى ئەنجامى دابەشكردىنى ژمارەيەك بەسەر ژمارەيەكى تر برىتييه لە ئەنجامى لىدەركردىنى لۇگارىتمى بەشدرائو لە بەشكرائو.	$\log_7 \frac{16}{3} = \log_7 16 - \log_7 3$	$\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$
لۇگارىتمى ھىزى ژمارەى موجب برىتييه لە لىكدانى توانى ھىزەكە لە لۇگارىتمى ژمارەكە.	$\log_{10} 7^3 = 3 \log_{10} 7$	$\log_c a^b = b \log_c a$
لۇگارىتمى 1 دەكاتە 0 بنچينە كە ھەرچەند بىت.	$\log_{10} 1 = 0$	$\log_c 1 = 0$
لۇگارىتمى $a$ بە بنچينەى $a$ دەكاتە 1.	$\log_{10} 10 = 1$	$\log_a a = 1$

ھەريەك لەم برانە بە سادەترين شيوہ بنووسە.

5

غوننە

$$\log_4 2 + \log_4 32 \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$\log_5 75 \quad \boxed{\text{ا}}$$

$$\log_{10} 80 - \log_{10} 40 + \log_{10} 30 - \log_{10} 6 \quad \boxed{\text{د}}$$

$$\log_5 500 - \log_5 4 \quad \boxed{\text{ج}}$$

شيكار

$$\log_5 75 = \log_5 (3 \times 25) = \log_5 3 + \log_5 25 = \log_5 3 + \log_5 5^2 = \log_5 3 + 2 \quad \boxed{\text{ا}}$$

$$\log_4 2 + \log_4 32 = \log_4 (2 \times 32) = \log_4 64 = \log_4 4^3 = 3 \log_4 4 = 3 \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$\log_5 500 - \log_5 4 = \log_5 \frac{500}{4} = \log_5 125 = \log_5 5^3 = 3 \quad \boxed{\text{ج}}$$

$$\log_{10} 80 - \log_{10} 40 + \log_{10} 30 - \log_{10} 6 = \log_{10} \frac{80 \times 30}{40 \times 6} = \log_{10} 10 = 1 \quad \boxed{\text{د}}$$

ھەولبەدە برى  $\log_9 81 + \log_9 3$  بە سادەترين شيوہ بنووسە.

## نمونە

6

ئەم ھاۋكېشەنە شىكارىكە.

$$\log_2 x + \log_2 3 = \log_2 12 \quad \text{أ}$$

$$\log_{10}(2x+3) = 1 \quad \text{ب}$$

شىكار

$$\log_2 x + \log_2 3 = \log_2 12 \quad \text{أ}$$

$$\log_{10}(2x+3) = 1 \quad \text{ب}$$

$$\log_{10}(2x+3) = \log_{10} 10$$

$$\log_2 3x = \log_2 12$$

$$2x+3=10$$

$$3x=12$$

$$x=3.5$$

$$x=4$$

هەولبەدە ئەم ھاۋكېشەنە شىكارىكە.  $\log_5 n + \log_5 7 = \log_5 35$

## راھىنەن

### بەردەوامبون لە بىر كارىدا

1 باسى پەيوەندى نىۋان بىنچىنەى ھىز و بىنچىنەى لۇگارتىم بکە.

### راھىنەنى ئاراستە كراو

2 چى بەرامبەر تۋانە لە لۇگارتىم؟

لەشىۋەى لۇگارتىمى بۇ شىۋەى تۋانى بگۆرە.

$$\log_8 2 = \frac{1}{3} \quad \text{4}$$

$$\log_3 9 = 2 \quad \text{3}$$

لەشىۋەى تۋانى بۇ شىۋەى لۇگارتىمى بگۆرە؟

$$7^0 = 1 \quad \text{6}$$

$$3^4 = 81 \quad \text{5}$$

### راھىنەن و جىبە جىكردن

لەشىۋەى لۇگارتىمى بۇ شىۋەى تۋانى بگۆرە.

$$\log_{10} 0.01 = -2 \quad \text{8}$$

$$\log_a a = 1 \quad \text{7}$$

لەشىۋەى تۋانى بۇ شىۋەى لۇگارتىمى بگۆرە.

$$10^{-3} = 0.001 \quad \text{10}$$

$$7^1 = 7 \quad \text{9}$$

ئەمانەى خوارەوہ ھەژمارىكە.

$$\log_9 9 \quad \text{14}$$

$$\log_{10} 0.00001 \quad \text{13}$$

$$\log_2 128 \quad \text{12}$$

$$\log_2 8 \quad \text{11}$$

بە سادەترىن شىۋە بىنوسە.

$$\log_{10} 12 + \log_{10} \frac{2}{3} - \log_{10} \frac{8}{10} \quad \text{16}$$

$$\log_2 4 + \log_2 8 - \log_2 32 \quad \text{15}$$

بیسه‌لمینه که:

$$\log_{10} 100 + \log_{10} 18 - \log_{10} 6 - \log_{10} 3 = 2 \quad \boxed{17}$$

$$\log_a 5 + \log_a 21 - \log_a 7 = \log_a 15 \quad \boxed{18}$$

ئەم ھاوکیشانە شیکاریکە.

$$\log_2(2x+1) = 2 \quad \boxed{21} \quad \log_3\left(x + \frac{1}{5}\right) = -2 \quad \boxed{20} \quad \log_3(2x+3) = 3 \quad \boxed{19}$$

**بیری رەخنەگر** بەهای  $b$  چەندە ئەگەر  $\log_a b = 0$ ؟ پوونیکەو.

**بیری رەخنەگر** ئەگەر  $n$  ژمارەیهکی تەواوی مۆجەب بێت، ئایا دەتوانیت  $10^n$  لە

هەژماریکەیت بە ژماردنی سفرەکان لە  $10^n$  پوونیکەو.

**بیری رەخنەگر** ئایا دەتوانی باسی ئەو ھۆیە بکەیت کە پێگرە لە هەژمارکردنی

$$\log_1 3 \text{ و } \log_0 3$$

پوونیکەو کە  $\log_7 7^{2x+3} = 2x+3$  پاساو بۆ ھەر ھەنگاویک دیاریکە. **25**

### روانیتیک بۆ دواوه

ئەم برانە شیتەلبکە.

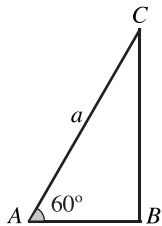
$$2x^2 - 11x - 6 \quad \boxed{28} \quad a^6 - 64 \quad \boxed{27} \quad x^3 + 5x^2 + 6x \quad \boxed{26}$$

ئەم ھاوکیشانە بە پێگای گونجاو شیکاریکە.

$$3x^2 - 12x + 12 = 0 \quad \boxed{31} \quad x^2 + x - 42 = 0 \quad \boxed{30} \quad x^2 - 11x - 6 = 0 \quad \boxed{29}$$

### روانیتیک بۆ پیشەوہ

دریژی پارچە راستەھێلی  $BC$  ھەژماریکە. **32**





# ئەگەرەكان

## Probabilities

هەژمىركردنى ئەگەرەكان لىقكە لە لقەكانى بىركارى، بايەخ دەدات بە خوڤندنى ديارده هەرمەككيبهكان يان ئەو دياردانەى كە پيشبىنى ئەنجامەكانى ناكريت. ئەگەرى پووداوتواناى پوودانى نيشاندەدات يان جيبيجيدەكات، كەچى هەندىك پووداوتوانا، ئەگەرى پوودانىان زور بچوكە يان ئەستەمە، لەوئيش پووداوتوانا وا هەيه. ئەگەرى پوودانەكەى گەورەيه يان دلىنايه. لەم بەشەدا ياساى بنچينەىي ژماردن بەكاردهيڤيت بۆ دياركردنى ژمارەى ئەنجامەكە لە توانابووەكان بۆ تاقيكردنەوهيهكى هەپمەكى يان ئەو ئەنجامانەى كە پوودانى پووداوتوانا دەربريڤت. (ئەگەر) بەكارهينانى زورى هەيه، بە تايبەتى لە كۆمپانىياكانى بارمتە، و دەزگاكانى توڤژينەوه، وەك توڤژينەوهى پزىشكى وهيتەر، ولە جيپهجيكردى ياساكان، ولە زانستە رامياريبهكان.



بەشى

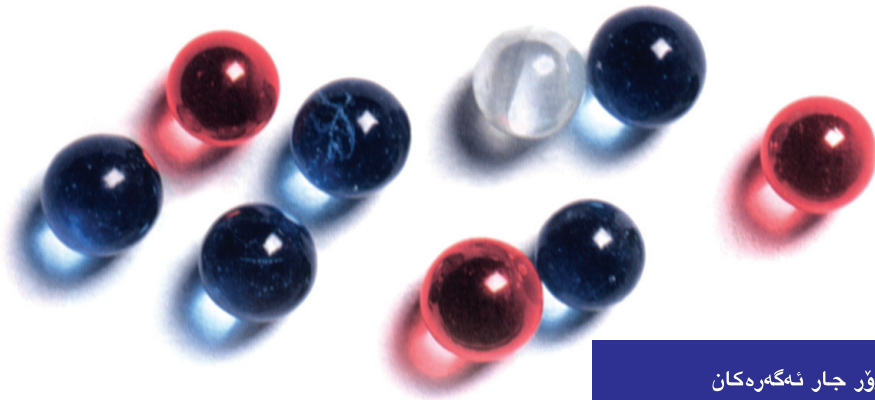
3

### وانەكان

1. دەروازەيهك بۆ ئەگەر
2. ئەگەرەكان
3. ياساى ژماردى بنهپەتى
4. گۆرينەكان و ريزكراوهكان و گونجينهكان.

# دەروازەيەك بۆ ئەگەر

## Introduction To Probability



### بۆجى

زۆر جار ئەگەرەكان  
بەبەكارهينانى شتى ئەوتۆ  
دەخوينریت كه له ژيانى پۆژانهدا  
بەكاردين وهك بەردهزار و پارچه  
دراوى كانزايى و تيرهكان.

زۆر جار وشەى ئەگەر دەبىستين يان بەكارى دىنين له ژيانى پۆژانهماندا. پەنگە له مامۆستاي بىركارى بىبىستيت كه ئەگەرى دەرچوونى پوان له بىركارى دا برىتييه له 80% ، پەنگە له پيشكهشكارى بلاوكراوهى سەقا بىبىستيت كه ئەگەرى باران بارين له پۆژى داهاتوودا برىتييه له 50% . لهوانهيه يەكێك بە بيگومانى بليت كۆمپانياى بارمته ئەمسال قازانج دەكات و يەكێكى تر بليت كه ئەستمەهەرگيز بەفر له مانگى ئاب له هەولێردا بياريت.

ئەم پستانە باسى چيدەكەن؟ باسى پووداوى ئەوتۆ دەكەن كه بەتەواوى نازانين ئايا پوو دەدەن يان نا، يان پووداوى تر كه له پوودانى دلنباين، يان هەرگيز پوونادەن. بىركارى يەكێك له لقهكانى بۆ تووژينهوه دەربارهى ئەم شتانه تەرخان دەكات. كه هەژميركردى ئەگەرە بيگومان دەزانيت كه زاناکان تاقىكردنهوهى زانستى وهك تاقىكردنهوهى فيزيايى و كيميايى و هيتەر دەكەن. لهوانهيه مروؤف دەستى هەببیت له ئەنجامى ئەم تاقىكردنهوانه له ميانه پرىكخستنى بابەتەكان و مەرجهكانيان. و پەنگە زاناکە ئەنجامەكان پيشتر بزانيت. بەلام تاقىكردنهوهى تر هەيه كه ناتوانين پيشهكى ئەنجامەكانى ديارى بكەين. لهكاتى هەلدانى بەردە زارهكه دياريدەكهويت و له كاتى هەلدانى پارچه دراويكى كانزايى، ناتوانيت پيشهكى شير يان خەت ديارى بكەيت. هەريەك لەم تاقىكردنهوانه پييدهوتريت تاقىكردنهوهى هەرمەكى. بىردۆزى ئەگەر لهسەدهى حەفدەمىن دەستىكرد سەرى هەلدا لهسەر دەستى دوو زاناي گەرە له زانايانى، بىركارى فيرما Fermat (1601 - 1665) و باسكال Pascal (1623 - 1662) . ئەم بىردۆزه له چەرخبەكاندا گەشەكرد تا ئەمروؤ بووه لقيكى تەواو له لقهكانى بىركارى كه لهگەل ئامار پۆليكى گرنگ دەبينت له ژيانى هاوچەرخدا و له چەندىن زانستى تردا بەكارديت هەر له فيزيا بۆ كيميا بۆ زىندورزانى بۆ نوشارى تاكو ئابوورى و بازرگانى و بارمتهكان و هيتەر.

## وانهى

# 1

### ئامانجهكان

- جياكردنهوهى يەكه  
تاكەكانى ئەگەر و  
بەكارهينانباين بەشپوهيهكى  
دروست.
- ديارىكردى كۆمەلەى  
ئەنجامە لهبارەكان بۆ تاقى  
كردنهوهيهكى هەرمەكى.
- ديارىكردى ئەو ئەنجامە  
لهبارانهى كه پووداويك  
پيكدنين.

لەم وانەیدا زاراوەکانی ئەگەر دهناسین و فیۆری چۆنیەتی بەکارهێنانیان دەبین بەشیۆهیهکی دروست. کرداری هەڵدانی بەردەزار بەکار دێتین بۆ هێنانەوهی نمونە بۆ روونکردنەوهی پیناسەکان.

زاراوه	پیناسه	نموونه
کاری هەرپەمەکی Trial	کاریکە ناتوانین پێشەکی ئەنجامەکی دیاریبکەین	هەڵدانی بەردەزارێک
تاقیکردنەوهی (هەرپەمەکی) Random Experiment	کاریکی هەرپەمەکی یان دووبارە کردنەوهی کاریکی هەرپەمەکییە	هەڵدانی بەردەزارێک 3 جار
بۆشایی نموونه Sample Space S	کۆمەڵەی ئەو ئەنجامانەی کە لە توانادایە بۆ تاقیکردنەوهی هەرپەمەکی.	{1, 2, 3, 4, 5, 6}
پووداو Event	کۆمەڵێکە لە ئەنجامێک یان لەچەند ئەنجامێک پیکدیت کە لە توانادابێت.	دەرکەوتنی ژمارەیهکی جوت دەرکەوتنی ژمارەیهکی خۆبەش

نموونه

خەسروۆ بەردەزارێکی یەكجار هەڵدا، ئەم پوداوانە، بە شیۆهی کۆمەڵە، بنووسە.



أ : دەرکەوتنی ژمارەیهکی تاک

ب : دەرکەوتنی ژمارەیهکی خۆبەش

ج : دەرکەوتنی ژمارەیهک لە 5 بچوکتەر نەبێت.

د : دەرکەوتنی ژمارەیهکی خۆبەش یان 4.

شیکار

أ :  $A = \{1, 3, 5\}$

ب :  $B = \{2, 3, 5\}$

ج :  $C = \{5, 6\}$

د :  $D = \{2, 3, 5, 4\}$

هەولبەدە

پووداوی دەرکەوتنی ژمارەیهک بنووسە توانای دابەشبوونی هەبێت بەسەر 3

نموونه

شیرین پارچە دراویکی کانزایی دووجار هەڵدا. بۆشایی نمونەکە بنووسە.

شیکار

ئەگەر  $T$  هیمای شیر و  $H$  هیمای خەت بێت، بۆشایی نمونەکە بریتییه لە

$$S = \{(T, T), (T, H), (H, T), (H, H)\}$$

هەولبەدە

ئەو پووداوه بنووسە کە هەردوو جار شیرین هەمان پووی بۆ دەر بچێت.

تیپینی لەکاتی بەکارهێنانمان ژمارەیهک کەمتر نەبێت لە 12 وەك نمونە، مەبەستمان لە ژمارەکە

12 و سەروترە، و ژمارەیهک لە 12 زیاتر نەبێت، مەبەستمان لە ژمارەکە 12 و خواروترە.

بۆشايى نموونەكە بنووسە كاتىك شيرين پارچە دراوھەكە 3 جار ھەلبدات.

### نمونە

3

شەنە گۆيەكى لە سندوقىك راکيشا كە 5 گۆي ھاوشىوئەدى تىدايە، دووانيان سوور و سىيان سەوزن بۆشايى نموونەكە بنووسە.

شيكار

ھىماي  $R_1$  و  $R_2$  بۆ دوو گۆيە سوورەكە و ھىماي  $G_1$  و  $G_2$  و  $G_3$  بۆ ھەرسى گۆيە سەوزەكە دادەننن، بۆشايى نموونەكە برىتييە لە  $S = \{R_1, R_2, G_1, G_2, G_3\}$

ھەولبدە

كاروان گۆيەكى لە سندوقىك راکيشا كە 10 گۆي ھاوشىوئەدى تىدايە، 4 ى سوور و 6 ى سەوزن، بۆشايى نموونەكە بنووسە.

### نمونە

4

شونى دوو بەردەزاري ھەلدا يەككيان سوور و ئەوئەتريان شين بوو، بۆشايى نموونەى ئەم تاقىکردنەو ھەرەمەكيبە چيبە و پووداوى دەرکەوتنى دوو ژمارە سەرجميان 10 بىت چيبە؟

شيكار

1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6
2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6
3 1	3 2	3 3	3 4	3 5	3 6
4 1	4 2	4 3	4 4	4 5	4 6
5 1	5 2	5 3	5 4	5 5	5 6
6 1	6 2	6 3	6 4	6 5	6 6

ھەرەك لە شىوئە بەرامبەردا ديارە، بۆشايى نموونە لە 36 دانە پىكديت، ھەريەككيان جووتە پىكخراويكە ژمارەى دەرکەوتوو لەسەر بەردەزاري سوور ژمارەى دەرکەوتوو لەسەر بەردەزاري شين دياردەخات. پووداوەكەش لە 3 دانە پىكديت كە ئەو دانانەن لە شىوئە بەرامبەردا دەورە دراون.

ھەولبدە

ئەو پووداوە بنووسە كە دەستكەوتنى سەرجمى 14 دەرەبىت.

### نمونە

5

رزگار بەردەزاريكى يەك جار ھەلدا، ئەم پووداوانە بنووسە:

1.  $A$  : دەرکەوتنى ژمارەيەكى تاك.
2.  $B$  : دەرکەوتنى ژمارەيەكى گەرەتر لە 5.
3.  $C$  : دەرکەوتنى ژمارەيەكى بچوكتەر لە 1.
4.  $D$  : دەرکەوتنى ژمارەيەكى بچوكتەر لە 8.

شيكار

1.  $A = \{1, 3, 5\}$ .
2.  $B = \{6\}$ .
3.  $B = \{ \} = \phi$ .
4.  $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

ھەولبدە

ئەو پووداوە بنووسە كە ژمارەيەك دەنوئىت لە 6 بچوكتەر بىت و لە 2 بچوكتەر نەبىت ئەنجامەكانى نموونەى رابردوو بەكاردينن بۆ دانانى چەند پىناسەيەك:

نمونہ	پیناسہ	زاراوه
$B = \{6\}$	پووداویکے ٹہنجامیک له ٹہنجامهکانی بویشایی نمونہکے دهگریتهخو.	رووداوی ساده (بنه پرتی) Simple event
$A = \{1, 3, 5\}$	پووداویکے زیاتر له ٹہنجامیک له ٹہنجامهکانی بویشایی نمونہکے دهگریتهخو.	رووداوی ناویته Complex event
$C = \{ \} = \phi$	پووداویکے هیچ ٹہنجامیک ناگریتهوه له توانادابیته.	رووداوی ستهم Impossible event
$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ پووداوی	پووداویکے هموو ٹہنجامهکان دهگریتهوه که له توانادابیته.	رووداوی دلنیایی Certain event
هردوو پووداوی $B = \{6\}$ $A = \{1, 3, 5\}$	دوو پووداون هیچ ٹہنجامی هاوبهشیان له نیواندا نیبه که له توانادابیته.	رووداوی جیا Mutually exclusive events

ههولبده دوو پووداوی جیا بلی له تاقیکردنهوهی ههلدانی بهردهزاریک.

### Complementary event رووداوی تهواوکه

ٹهگهر له دوو پووداوی جیادا پووداویکیان هاتهدی، ٹهوا پووداوهکهی تر نایهتهدی، ٹهمهش ٹهوه ناگهینیت که یهکیکیان دیته دی. بو نمونه:  
لهکاتی ههلدانی بهردهزاریک ههردوو پووداوی  $A = \{1, 2, 3\}$ ،  $B = \{6\}$  که دوو پووداوی جیان، ٹهوا له دهرکهوتنی 2 هیچ کام له  $A$  یان  $B$  نایهتهدی.

دهلئین پووداوی  $A$  پووداوی تهواوکه ره بو پووداوی  $B$  ٹهگهره  $A$  لهگشت ٹهو ٹهنجامانه پیکبیت که له توانادایه و سهر به  $B$  نیبه ٹهمه ٹهوه دهگهینیت دوو پووداوهکه جیان و یهکیکیشیان هر پوودهدات هیمای  $\bar{B}$  بهکار دینین بو دهربرینی پووداوی تهواوکهری پووداوی  $B$ .

لهکاتی ههلدانی بهردهزاریک پووداوی تهواوکهری پووداوی  $A$  چییه؟ ٹهگهر  $A$  بریتی بیت له پووداوی دهرکهوتنی ژماره ی تاک؟  
شیکار

بویشایی نمونهکه بریتییه له  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  و پووداوهکه بریتییه له  $A = \{1, 3, 5\}$  پووداوی تهواوکه بریتییه له  $\bar{A} = \{2, 4, 6\}$  واته دهرکهوتنی ژماره ی جوت.

### 6 نمونه

لهکاتی ههلدانی دوو بهردهزاری دوو پهنگ جیاواز ٹهگهر  $A$  پووداوی دهرکهوتنی دوو ژماره بیت سهرجه میان 10 بیت، نایا پووداوی تهواوکهری پووداوی  $A$  چییه؟  
دهتوانین پووداوی نوی دروست بکهین له چهند پووداویک که لامان ههیه بو نمونه ٹهگهره  $A$ ،  $B$  دوو پووداوی بن له تاقیکردنهوهیهکی ههپههکی ٹهوا هیمای  $A \cap B$  دادهنن بو پووداوی  $A$  و  $B$  که دیته دی تهنیا ٹهگهر ههردوو پووداوی پیکهوه پوودهن ههروهها هیمای  $A \cup B$  دادهنن بو پووداوی  $A$  یان  $B$ . که دیته دی ٹهگهر بهلایهنی کهمهوه یهکیک له دوو پووداوهکه پوودهن.

بەردەزارىك يەكجار ھەلدا ھەردو پووداوى  $A = \{1, 3, 5\}$  و  $B = \{2, 3, 4\}$  بەكاربېنە بۇ نووسىنى ھەريەكە لەم پووداوانە:

1.  $\bar{A}$

2.  $A \cup B$

3.  $A \cap B$

شىكار

1.  $\bar{A} = \{2, 4, 6\}$

2.  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

3.  $A \cap B = \{3\}$

## راھىنان

### بەردەوامبون لە بىر كاریدا

1 ھەريەك لەم دوو ھىمايە  $\cap$  و  $\cup$  چ مانايەكت پېدەبەخشىت؟ لە دوو نمونەدا بەكارىيان بېنە كە پووداويان تېدايىت.

2 چۆن  $A \cup B$  و  $A \cap B$  دەدۆزىتەو ھەگەر  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $B = \{2, 4, 6\}$ ؟

### راھىنانى ئاراستە كراو

3 سندوقىك 5 پەپكى ھاوشىوھى تېدايە 3 يان رەش و دووانيان سپىن بۆشايى نمونەى ھەر تاقىكردەنەوھەكى ھەپمەكى بنوسە.

ا) پاكىشانى يەك پەپك ب) پاكىشانى دوو پەپك ج) پاكىشانى 3 پەپك.

4 سامان پارچە دراويكى كانزايى 3 جارى يەك لەدواى يەك ھەلدا بۆشايى نمونەى ئەم تاقىكردەنەوھە بنوسە.

5 پارچەكاغەزى رەنووسكراو لە 1 تا 5 لەناو تورەگەيەكى ناروون دانرا يەك كاغەز بە ھەپمەكى پاكىشرا ھىماى  $A$  دابنى بۇ پووداوى ھەلگرتنى كاغەزە پاكىشراوھەكە بۇ ژمارەيەك لە 4 كەمتر نەبىت و  $B$  بۇ پووداوى ھەلگرتنى كاغەزە پاكىشراوھەكە بۇ ژمارەيەك لە 3 كەمتر نەبىت ئەم پووداوانە بنوسە:

$$\bar{A} \cap \bar{B}, A \cap B, A \cup B, \bar{A}, B, A$$

6 لەكاتى ھەلدانى بەردەزارىك ئارى ھىماى  $A$  بۇ پووداوى (دەركەوتنى ژمارەيەكى جوت) و  $B$  بۇ پووداوى (دەركەوتنى ژمارەيەكى خۆبەش) و  $C$  بۇ پووداوى (دەركەوتنى ژمارەيەكى تاك) و  $D$  بۇ پووداوى (دەركەوتنى ژمارەيەكى بچوكتەر لە 7) دانا.

ا) ھەموو پووداوهكان بنوسە.

ب) ئايا لەنىو پووداوهكاندا دوو پووداوى جيا ھەيە؟ دوو پووداوى جيا بلى ئەگەر ولامت بەلى بوو.

ج) ئەم پووداوانە بنوسە:  $A \cup B$  و  $A \cap B$  و  $C \cap D$ .

7 خويندكارانى پۇلى دەيەم بۇ چاوپېڭكەوتنىڭ لەڭگەل بەرپۆۋەبەردا لە نىۋان ۳ كەس دا: شىروان و ھاۋرى و محمد دوو كەسيان ھەلبىژارد، بۇشايى نمونەكە بنووسە، ئايا ھەر دانەيەك لە جووتە رېڭخراۋىڭ پېڭدېت؟ رۈونىبەكەۋە.

8 پېۋىستە چەند ژمارەيەكى دوو رەنۋوسى لە رەنۋوسەكانى 1 و 2 و 3 پېڭبھېنرېت، بۇشايى نمونەكە بنووسە ئايا ھەردانەيەك لە جووتە رېڭخراۋىڭ پېڭدېت؟ رۈونىبەكەۋە.

9 داۋاكر اوپېڭكەھىنانى لېژنەيەكى سى كەسى لە نىۋو خويندكاران سامان و برۋا و ھونەر و بارام و لەيلا و نەسرین بۇشايى نمونەكە بنووسە ئەگەر:

أ پېۋىست بېت لېژنەكە بەلایەنى كەم كچىكى تېدا بېت.

ب پېۋىست بېت لېژنەكە بەلایەنى زۆر كچىكى تېدا بېت.

10 سەۋسەن دوو بەردەزارى رەنگ جياۋازى ھەلدا ئەم رووداۋانە بنووسە.

أ دەرکەوتنى ھەمان ژمارە لەسەر ھەردوۋ بەردەزارەكە.

ب دەرکەوتنى دوو ژمارە سەرجهمیان 5 بېت.

ج دەرکەوتنى ژمارە 3 بەلایەنى كەم لەسەر يەككە لە دوو بەردەكان.

11 رووداۋى دەرکەوتنى دوو ژمارە سەرجهمیان 9 بېت لەكاتى ھەلدانى دوو بەردەزارى رەنگ جياۋاز بنووسە

لەبیرت بېت ژمارەكان لە رەنۋوسەكان پېڭدېن ھەرۋەك كە وشەكان لە پیتەكان پېڭدېن رەنۋوسەكان لە سىستىمى دەيى لە 0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9 پېك دېن و ژمارەيان دەيە.

## روانىيىك بۇ دواۋە

12 چۆن  $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$  بەسادەترين شېۋە دەنۋوسىت.

13 چۆن  $\frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \dots + \frac{1}{36}$  و 36 جار، بەسادەترين شېۋە دەنۋوسىتەۋە؟

## روانىيىك بۇ پېشەۋە

14 كەسك ھەلبىژدرا لەنىۋو خويندكارانى پۇلىك لە 13 كچ و 26 كورپ پېك ھاتبوو بۇ ئەۋەى بېتە نوينەرى پۇل. ئەگەرى ئەۋەى نوينەركە كچ بېت چەندە؟

**بۆجى**  
 زۆر لە كۆمپانىياكان پېيويستيان  
 بە بەكارهينانى ئەگەر دەبىت لە  
 پلاندانان بۆ كارەكانيان وەك  
 كۆمپانىياكانى فېرېن كە بەدوای  
 چاكترين شېواز دەگەرېت بۆ  
 خزمەتكردنى گەشتيارانى.



ئامانجەكان

- ئەگەرى تېورى و ئەگەرى تاقىکردنەوھى دەناسىت.
- ئەگەرى روودا و ھەژماردەكات.
- ئەگەرى تەواوگەر دەناسىت و ھەژمارى دەكات.

چۆن ھەندىك كۆمپانىياى بازىرگانى كە كارەكانى بەستراوھ بە ھەندىك كاروبار كە لە توانادا نىيە پېشېينى روودانى بكرىت وەك كۆمپانىياكانى بارتمە دەتوانىت قازانج بكات؟ وەلامەكە لەوھدایە كە دەكرى ھەندى توانست بدۆزىتەوھە يان ئەگەرى روودانى كارىك لەمیانەى چاودىرى كردنى ئەنجامى ژمارەيەكى زۆر لە بارەكانى دەبىتە ھۆى روودانى بۆ نمونە: لەوانەى ئەگەرى مردنى مروقىكى كە ھۆگرى جگەرەكېشانە دياربكرىت لە ميانەى چاودىرى كردنى پېژەى ئەوانەى بەھۆى ھۆگرى جگەرە دەمرن.

1 نمونە

ئەگەرى چەندە كە نەخۆشكى شېرپەنجەى سىيەكان چاكبىتەوھە ئەگەر زانیت كە توپزىنەوھىەك لەسەر 5000 كەس كرابىت. لەوانە 250 كەسىان چاكبوونەوھە.

شېكار

دەتوانىت بۆشايى نمونەكە بە 5000 كەس دابنرىت لەوانە  $5000 - 250 = 4750$  چاكنەبوونەوھە دەنۆنىت، بەمەش ئەگەرى چاكبوونەوھە دەبىتە:

$$\frac{250}{5000} = \frac{1}{20} = 0.05 = 5\%$$

ھەولبە ئەگەرى چاكنەبوونەوھى نەخۆشەكە چەندە؟

2 نمونە

دونیا بەردەزارىكى ھەلدا ئەگەرى دەرکەوتنى يەككە لە چەند جارەكانى 3 چەندە؟

شېكار

بۆشايى نمونەكە برىتییە لە  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  رووداوھەكە روودەدات ئەگەر دونیا 3 يان 6 ى بۆ دەرچىت، واتە رووداوھەكە برىتییە لە  $\{3, 6\}$  بەمەش دەرەكەوئىت كە ئەگەرى ھاتنەدى داواكراو برىتییە لە  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0.3333 = 33.33\%$ .



دوو نمونەیی پیشوو دوو ریگای هەژمێرکردنی ئەگەرمان بۆ دەستنیشان دەکات.

ریگای یەكەم	ریگای دووهم
ئەم ریگایە بەندە لەسەر هەژمارکردنی ئەگەری پووداویك لە ریگای دووبارەکردنەوهی تاقیکردنەوهکە (زۆری ژمارەیی بارەکانی شێرپەنجە تووژینەوهی لەسەرکراوه) و تۆمارکردنی ئەنجامی هەرباریك (چاکبوونەوه یا نا) ئەگەری پووداوی (چاکبوونەوه) لەم ریگایەدا بە ئەنجامی تاقیکردنەوه دووبارەبووەکان دیاردەکریت و بەکەرتیک دەرەبپریت کە سەرەکەیی ژمارەیی ئەو بارانەییە کە پووداوهکەیی تێدایتەدی (بارەکانی چاکبوونەوه) ژێرەکەیی ژمارەیی هەموو بارەکانە بەم جۆرە ئەگەرە دەوتریت ئەگەری تاقیکردنەوهیی	ئەم ریگایە بەندە لەسەر هەژمێرکردنی ئەگەری پوودانی پووداوهکە (دەستکەوتنی یەکیك لەچەندجارەکانی ژمارە 3) بەشێوهی تیوری بەبێ ئەنجامدانی تاقیکردنەوهی (هەلدانی بەردەزار) ئەگەری پووداوهکە (دەستکەوتنی یەکیك لەچەندجارەکانی ژمارە 3) لەم ریگایەدا پیشەکی دیاردەکریت و بەکەرتیک دەرەبپریت سەرەکەیی ژمارەیی ئەو ئەنجامانەیی کە پووداوهکە دینیتەدی (دوو ئەنجام کەبریتیین لە 3 و 6) و ژێرەکەیی بریتییه لە ژمارەیی هەموو ئەو ئەنجامانەیی لە توانادایە (6) بەم جۆرە ئەگەرە دەوتریت ئەگەری تیوری
<b>Theoretical Probability</b>	<b>Experimental Probability</b>

دەدار گۆیەکی لە تورەگەییەک پراکیشا کە 4 گۆی سوور و 7 گۆی رهشی تێدابوو. ئەگەری ئەوهی گۆیە پراکیشراوهکە شین بێت چەندە؟

بەرەنگاری

دەدار گۆیەکی لە تورەگەییەک پراکیشا کە 4 گۆی سوور و 7 گۆی رهشی تێدابوو، لەنیو پووداوهکانی ئەم تاقیکردنەوه هەپمەکییه، پووداویکی دلتیا دیاریکە.

بەرەنگاری

Probability

ئەگەر

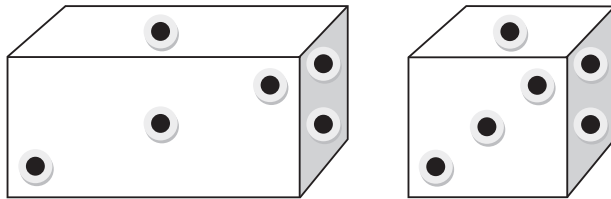
بەگەرمانەوه بۆ تاقیکردنەوهی هەلدانی بەردە زارەکە:

- دەتوانین هەموو پووداوه سادەکان دیاریکەین کە ئەمانەن  $A = \{1\}$  و  $B = \{2\}$  و  $C = \{3\}$  و  $D = \{4\}$  و  $E = \{5\}$  و  $F = \{6\}$  (لەبیرت بێت کە پووداوی سادە تەنیا لەیەک ئەنجام پیکدیت کە لەتوانادابیت).
- هەموو ئەو پووداوانە لە ئەگەردا یەکسانن .
- سەرجهمی ئەگەرەکانی پووداوه سادەکان یەکسانە بە 1 .

Probability ئەگەر

ئەگەری پووداویك  $A$  دەپپوریت و دەنووسریت  $P(A)$  بەژمارەییەکی راستی کە دەکەوێتە نیوان 0 و 1 واتە  $0 \leq P(A) \leq 1$ ، ئەگەر پووداوی  $A$  ئەستەم بێت ئەوا ئەگەرەکەیی  $P(A) = 0$  . ئەگەر پووداوی  $A$  دلتیایی بێت ئەوا ئەگەرەکەیی  $P(A) = 1$  . سەرجهمی هەموو ئەنجامی ئەگەرەکانی لەتوانادابوو بریتییه لە 1 .

دەربارەى تاقىکردنەوہیەكى ھەپمەكى دەلئین ئەنجامەكانى سنووردراوہ ئەگەر ژمارەى ئەنجامە  
لە توانابووەكانى سنووركراوبن ئەوا بۆشايى نموونەكە لەم بارەدا لە ژمارەيەكى ديارىكراو لە  
دانه پيكدپت.



### نموونه

3

سامان بەردەزاريكى ھەلدا، و سەيرانى خوشكيشى بەردەزاريكى شيوە لەگۆراندا ھەلدا كە  
شيوەكەى كرابوو بە روولاكيشە تەريب لەجياتى شەشپالو وەكو لە وينەى سەرەوہ ديارە  
ھەريەك لەبەردەزارەكان لە 1 بۆ 6 رەنووسكراون ئايا گۆرپنى بەردەزاري سەيران بۆشايى  
نموونەكە دەگۆرپت ئايا ئەگەرى ھەموو ئەنجامەكان دەگۆرپت كە لەتوانادايە؟

شيكار

گۆرپنى شيوەى بەردەزاري سەيران بۆشايى نموونەكە ناگۆرپت كە لە ھەردوو تاقىکردنەوہدا  
بريتييه لە {1, 2, 3, 4, 5, 6} بەلام ئەگەرى ھەموو ئەنجامە لەتوانابووەكان دەگۆرپت. ئەنجامەكان  
لە تاقىکردنەوہى سامان يەكسانن لەبەر يەكسانبوونى پوہ پوہبەرەكان بەلام لە تاقىکردنەوہى  
سەيران يەكسان نين لەبەر جياوازى پوہ پوہبەرەكانى لاكيشە تەريبەكە.

بە تاقىکردنەوہیەكى ھەپمەكى دەلئین ريكە **Equiprobable** ئەگەر تيايدا ئەگەرەكانى  
ئەنجامەكان كە لە توانادايە يەكسان بن.

### ئەگەرى تيۆرى Theoretical Probability

ئەگەر تاقىکردنەوہیەكى ھەپمەكى سنووردار و ريكبوو ئەوا ئەگەرى رووداويك  $A$  لە  
رووداوہكانى بريتييه لە ژمارەى راستى:

$$P(A) = \frac{\text{ژمارەى ئەنجامەكانى كە پاسەدانى پووداوہكە دەكەن}}{\text{ژمارەى ھەموو ئەنجامەكان كە لە توانادايە}}$$

## نمونہ

4

مہروان پہپکی کومپیوتہری لہ قوتوویہک پراکیشا کہ دوو پہپکی سوور و 4 پہپکی شین و 3 پہپکی زہردی تیدابوو ئهگہر چہندہ کہ پہپکہ پراکیشراوہکہ زہرد بیٹ؟



شیکار

ئہم تاقیکردنہوہیہ ہہرہمہکی و دیاریکراو ریکہ بوشایی نمونہکہی

$$S = \{R_1, R_2, B_1, B_2, B_3, B_4, Y_1, Y_2, Y_3\}$$

بریتیہ لہ:  $R$  ہما رہنگی سوور و  $B$  رہنگی شین و  $Y$  رہنگی زہرد بیٹ

دیارہ 3 ئہنجام رووداوہکہ دینیتہدی لہ نیو 9 ئہنجامہکہ لہ توانادابوو.

$$P(Y) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \text{ یان } 9 \text{ لہ } 3 \text{ لہ } 9 \text{ یان } P(Y) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

ہہولبدہ

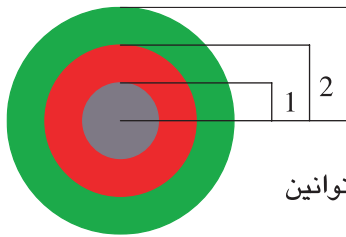
ہاورئ پہپکی کومپیوتہری لہ قوتوویہک پراکیشا کہ 3 پہپکی سوور و 5 پہپکی شین و 7 پہپکی زہردی تیدابوو، ئهگہر چہندہ کہ پہپکہ پراکیشراوہکہ شین بیٹ؟

چون ئهگہرہکانی تاقیکردنہوہیہ ہہرہمہکی دیارینہکراو ہہژماردہکہین؟ وہلامہکانمان تہنیا لہ بواری تاقیکردنہوہ ہہرہمہکیہ ریکہکان دہبیٹ دوو جوړ لہم بارانہ دہخوینین.

## نمونہ

5

فہیروز تیریکی ہاویشت ولہ پہپکہ بازنہیہ دارہکہیدا کہ بہدیواروہ ہہلوساراوہ. نایا ئهگہری رووداوی  $B$  چہندہ کہ بریتیہ لہوہی تیرہکہ ناوچہ سہوزہکہ بیپکیٹ؟



شیکار

ہہر خالیئک لہ خالہکانی پہپکہ بازنہیہ کہ ئہنجامیک

دہنویٹت کہ لہ توانادایہ. لہکاتیئکدا ئہو خالانہی رووداوی  $B$

بہدیدین بریتین لہ خالہکانی ناوچہ سہوزہکہ. لہبہر ئہوہی ناتوانین

ژمارہی ئہنجامہکان بدوزینہوہ کہ لہ توانادان و ژمارہی ئہو

ئہنجامانہی کہ رووداوہکہ دیننہ دی، بویہ رووبہری ئہو ناوچہیہی کہ خالہکانی رووداوہکہ

پیکدہہینن واتہ ناوچہ سہوزہکہ، دابہشی رووبہری ئہو ناوچہیہ دہکہین کہ خالہکانی بوشایی

نمونہکہ پیکدہہینن واتہ رووبہری ہہموو تہختہکہ.

$$P(B) = \frac{\text{رووبہری ناوچہ سہوزہکہ}}{\text{رووبہری ہہموو ناوچہکہ}}$$

$$P(B) = \frac{\pi(3)^2 - \pi(2)^2}{\pi(3)^2} = \frac{5\pi}{9\pi} = \frac{5}{9} = 0.556 = 55.6\%$$

ہہولبدہ

ئهگہر چہندہ کہ تیرہکہ ناوچہ سورہکہ بیپکیٹت.

## نمونہ

6

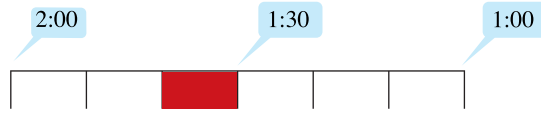
ہہموو پورئ کہمال لہ نیوان کاتژمیر 1:00 و 2:00 ی پاش نیوہرؤ سہیری پؤستہ ئهلیکترؤنیہکہی دہکات. نایا ئهگہری رووداوی  $E$  چہندہ کہ ئہنجامدانی کارہکہ دہنویٹت لہنیوان کاتژمیر 1:30 و 1:40 ؟

شیکار

بوشایی نمونہکہ لہ ہہر ساتیک پیک دیت لہ نیوان 1:00 و 2:00 لہ کاتیئکدا رووداوہکہ بریتیہ لہ

کوملہی ساتہکانی نیوان 1:30 و 1:40 بؤ ہہژمیرکردنی ئهگہری رووداوی  $E$  ماوہی نیوان

1:00 و 2:00 بؤ چہند ماوہیہکی 10 خولہکی بہشدہکہین (دریژی ماوہی نیوان 1:30 و 1:40).



ماوه سووره که پروداوه که دنوینیت که واته، نهگه ری پروداوه که بریتیه له یه ک ماوه له نیوان 6

$$P(E) = \frac{1}{6} \approx 0.167 \approx 16.7\%$$

ماوه یه کسان واته

هه ولیده نهگه چنده که کاره که له نیوان 1:30 و 1:35 نهجامدات؟

## Probability of the Complement of an event نهگه ری پروداوی تهواوکه

### نمونہ

نهگه  $B$  بریتی بیت له پروداوی ده که وتنی ژماره یه که گه وره تر نه بیت له 2 له کاتی هه لدانی بهر دزاریک، نهوا پروداوی تهواوکه  $\bar{B}$  بنوسه و نهگه ره که هه ژماره که هه یوه ندی نیوان نهگه ری پروداوی  $B$  و نهگه ری پروداوی تهواوکه  $\bar{B}$  چیه؟

شیکار

$$\bar{B} = \{3, 4, 5, 6\} \quad B = \{1, 2\}$$

$$P(\bar{B}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) \quad \text{یان} \quad P(B) + P(\bar{B}) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

دهبین له راستیدا نهوا نهجامه ی که له نمونه ی رابردودا پیگه یشتین دهر باره ی په یوه ندی نیوان نهگه ری پروداوی  $B$  و نهگه ری پروداوی تهواوکه  $\bar{B}$  نهجامیگی گشتیه و ده توانریت له هر تاکیردنه و یه کی هه ره مه کی به کار بهینریت.

### نمونہ

سندوقیک 52 کاغزی هاوشیوهی تیدایه، 10 سوور و 12 شین و 14 سپی و 16 سهوزه. سیروان کاغزیکی راکیشا و گهراندیه وه ناو سندوقه که پاشان کاغزیکی تری راکیشا. نهگه ری پروداوی  $B$  که کاغزی به کهم شین بیت و پروداوی  $O$  که کاغزی دووهم شین نه بی چین؟

شیکار

بو شای نمونه له 52 دانه پیگ دیت چونکه راکیشانی هر کاغزیک نهجامیگی له توانادابو دنوینیت و پروداوی  $B$  له 12 دانه پیکدیت چونکه هر کاغزیک له 12 کاغزه شینه که نهجامیک پیکدینیت که پروداوه که دینیتدی.

$$P(B) = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

به هه مان ریگا ده توانیت نهگه ری پروداوی  $O$  بدو زیتیه وه. پروداوی  $O$  که هه موو کاغزه سوور و سپی و سهوزه کان پیکدینیت واته له 40 دانه پیکدیت که واته

$$P(O) = \frac{40}{52} = \frac{10}{13}$$

به لام ده توانیت سه ره نجی نهوا به دیت که پروداوی  $O$  بریتیه له تهواوکه ری پروداوی  $B$  و نهگه ره که ی بهم جو ره هه ژمیر ده که یه ت:

$$P(O) = 1 - P(B) = 1 - \frac{3}{13} = \frac{10}{13}$$

چ گوړانیک له نهجامی نمونه ی پیشو پروده دات نهگه ری سیروان کاغزی به کهم نه گرینیتیه وه ناو سندوقه که پیش راکیشانی کاغزی دووهم؟

به ره نگاری

فەرھاد بەردەزارىكى سەيرى ھەيە، لە 1 تا 6 رەنوو سكراو، ئەگەرى دەرکەوتنى ھەر ژمارەيەك تيايدا جگە لە 1 بریتىيە لە ئەنجامى لىكدانى ئەو ژمارەيە لە ئەگەرى دەرکەوتنى 1 ئەگەرى دەرکەوتنى ھەريەك لە شەش ژمارەكە چەندە؟

شىكار

بە پىي پىدراوھكانى پرسيارەكە دەتوانىت ئەمانەى خواروھ بنوسىيىت:

$$P(6) = 6P(1) \quad P(5) = 5P(1) \quad P(4) = 4P(1) \quad P(3) = 3P(1) \quad P(2) = 2P(1)$$

لەبەر ئەوھى سەرھجەمى ئەگەرەكانى ھەموو ئەنجامە لە توانا دابوھكان يەكسانە بە 1 ئەوا

$$1 = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) \quad \text{دەتوانىن بنووسىن كە:}$$

$$= P(1) + 2P(1) + 3P(1) + 4P(1) + 5P(1) + 6P(1)$$

$$= (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)P(1)$$

$$= 21P(1)$$

$$\text{لەدوايشدا: } P(1) = \frac{1}{21} \quad P(2) = \frac{2}{21} \quad P(3) = \frac{3}{21} \quad P(4) = \frac{4}{21} \quad P(5) = \frac{5}{21} \quad P(6) = \frac{6}{21}$$

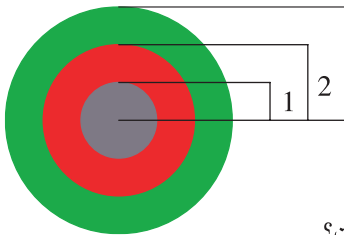
ھەولبەدە ئەگەرى دەرکەوتنى ژمارەيەكى خۆبەش لە نمونەى رابردوودا چەندە؟

## راھىنان

### بەردەوامبوون لە بىر كاريدا

- 1 ئەگەرى كەوتنى نەبەز لە تاقىكردنەوھى بىركاريدا چەندە ئەگەر ئەگەرى دەرچوونى 90% بىت؟
- 2 رۆونبکەرەوھ چۆن رۆوبەرەكان لە ھەژمارکردنى ئەگەرەكان بەكاردينىت.

### راھىنانى ئاراستە کراو



- 3 کارزان گۆيەكى شوشەيى لە تورەگەيەك راکيشا كە 5 گۆى شين و 3 گۆى سوور، گۆيەكى سېى تىدا بوو، ئەگەر 3 چەندە كە گۆيە راکيشراوھكە سوور بىت؟

- 4 لە يلا تىرىكى ھاويشته تەختەيەكى دارى ھەلواسراو بەديوارىكەوھ ئەگەر چەندە كە تىرەكە ناوچە شينەكە بپيكت؟

- 5 دلشاد رۆژانە لە كاتژمىر ھوت تا ھەشتى بەيانى سەيرى پۆستە ئەليكترونيەكەى دەكات. ئەگەر چەندە كاتىك كاركە لە ماوھى 7:30 و 7:45 ئەنجامبەدات؟

- 6 كۆمەلەيەكى خىرخواز بليت راکيشانىك رىكدەخەن لە پىناو دابىنکردنى بوودجە بۆ چالاكىيەكانيان، بليتەكان لە ژمارە 0000 تا ژمارە 9999 رەنوو سكرابوون. ئەگەر چەندە كە ژمارەى بليتى دەرچوو بە رەنووسى 3 دەستپىكات و بە رەنووسى 2 يان 1 كۆتابى بىت؟

## راهينان و جيبه جيڪردن

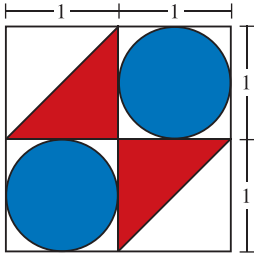
تورهگه يهك 3 بليتي سڀي و 2 بليتي ڀڙش و 5 بليتي سووري تڏاياه، هموو بليته كان هاوشيوهن رڀيوار بليتيڪي ڀاڪيڻشا ئهگهر كه چييه كه بليته ڀاڪيڻشاوهكه:

7 سڀي بيٽ 8 ڀڙش بيٽ 9 سوور بيٽ

پاسيڪ له نيوان کاٽر ميڙ ههشت و ههشت و 5 خولهڪي بهياني دهگاته ويستگهي نزيڪ مالي سامان. ئهگهر چهنده هاوڙي سواري پاسهڪه بيٽ ئهگهر له م کاتانه گهيشته ويستگهكه:

8:04 11 8:02 12 8:01 13 8:03

**نهندهزه** سامي تيرهڪاني دهگريته تهختهيهڪي داري وهك ئهوهي له شيوهي بهرامبهردا دياره. ئهگهري ههريهڪ له م ڀووداوانه ههزميڙ بڪه:



14 تيرهڪه ناوچه بازنهبييهڪه بيٽيڪيٽ.

15 تيرهڪه يهڪيڪ له دوو سيگوشه سوورهڪه بيٽيڪيٽ.

16 تيرهڪه يهڪيڪ له دوو سيگوشه سڀيهڪه بيٽيڪيٽ.

17 تيرهڪه ناوچه سڀيهڪه بيٽيڪيٽ.

**ديموگرافيا** خشتهي خواروهه ژمارهي دانيشٽوان جگه له منڊال له شاريڪ پيشاندهدات، به پيئي ته مهن وڙهگهن.

مي	نيڙ	ته مهن
39	38	17 - 14
1 416	1 224	19 - 18
1 414	1 294	21 - 20
1 263	1 260	24 - 22
1 058	950	29 - 25
811	661	34 - 30
1 824	955	35 بهرهوڙوور

يهڪيڪ له دانيشٽوان بهههڙمهڪي ههلبڙيردرا، ئهگهر چهنده كه ته مهنئي ئهوهكسه له م چهنه دابيٽ؟

18 24-18 19 29-25 20 34-30 21 30 بهرهوڙوور

22 ئهگهري ههريهڪ له م ڀووداوانه ههزميڙبڪه له کاتي ههڏاني دوو بهرههڙاري ڀنگ چيا:

ا دوو ژماره دهركهوتوههڪه يهڪسان بن.

ب سهرجه مي دوو ژماره دهركهوتوههڪه 12 بيٽ.

ج بهلايهني كه م ژماره 3 لهسه يهڪيڪ له دوو ڀووهڪه دهردهڪهويٽ.

د سهرجه مي دوو ژماره دهركهوتوههڪه له 5 كه مٽر بيٽ.

23 نۆينەرى پۆلىك ھەلبۇزىدرا كە لە 8 كچ و 12 كور پىكدىت. ئەگەر چىيە:

ا نۆينەرەكە كوربىت.

ب نۆينەرەكە كچ بىت؟

ج نۆينەرەكە كچ بىت ئەگەر دوو كور و كچىك ئارەزوى خۇنە پالاوتنىان دەرپرې؟

24 لە پرسىارى پىشوو، كەى ئەگەرى ئەوئى نۆينەرەكە كور بىت يان كچ يەكسان دەبن؟

25 تاقىكردنەوئىكە ھەپمەكى سى ئەنجامى لە توانادابووى تىدايە كە ئەمانەن  $A, B, C$  ئەگەر  $P(A)=0.2$ ،  $P(B)=0.5$ ، ئەوا  $P(C)$  بدۆزەرەو.

## تېروانىتېك بۆ دواوہ

26 بۆشايى نمونەى تاقىكردنەوئى ھەلدانى پارچەدراوئىكى كانزايى 3 جارى يەك لە دواى

يەك بنوسە. پرووداوى A بنوسە كە برىتايە لە دەرکەوتنى ھەمان پروو لەھەر سى جاردا.

27 ئەم پرووداوانە بنوسە لە تاقىكردنەوئى ھەلدانى دووبەردەزارى رەنگ جياوان:

ا دوو ژمارە دەرکەوتووەكە يەكسان بن.

ب سەرجمى دوو ژمارە دەرکەوتووەكە خۇبەش بىت.

ج سەرجمى دوو ژمارە دەرکەوتووەكە ژمارەيەكى جووتى گەرەتر بىت لە 2.

28 ئايا لە نۆ پرووداوەكانى پرسىارى 27 دوو پرووداوى جيا ھەيە، ئەگەر ھەيە چىن؟

29 تەواوئى پرووداوى A لە پرسىارى 26 چەندە چەند دانەى تىدايە؟

## تېروانىتېك بۆ پىشەوہ

30 كالى دوو گۆى پىكەوہ لە توورەگەيەك راکىشا كە 5 گۆى تىدابوو، 3 سوور و 2 سى. ئەگەر

چىيە ھەردوو گۆ سوور بن؟

# ياساي ژماردنى بنه پرتى

## Fundamental Counting Principle



**بۇچى**  
 زۇرچار پىگايەكمان  
 بېيوسىتەدەبىت بۇ ژماردنى ھەندىك  
 ئەنجام لە تاقىكرنە ۋە پەكدا.



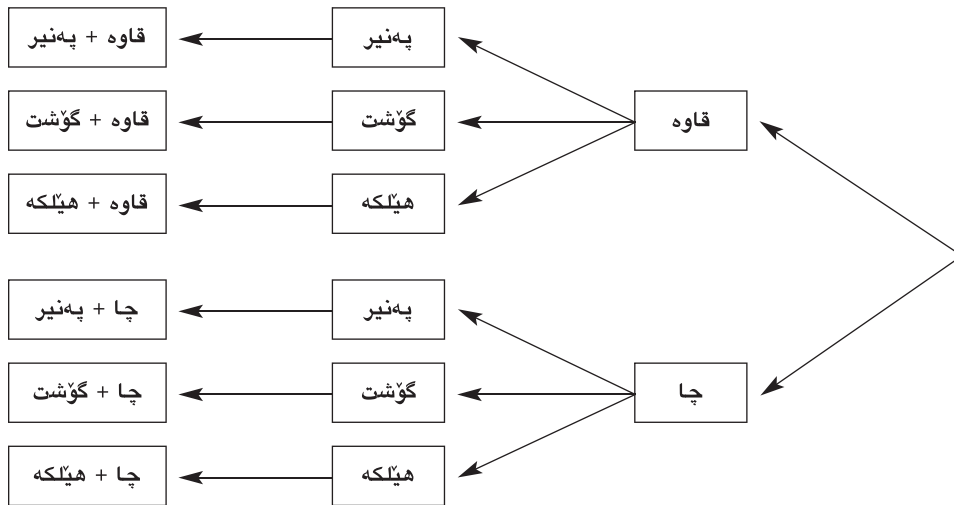
### ئامانجەكان

- بۇ نواندى بارىك ھىلكارى درەخت دوستەكان.
- ياساي ژماردنى بنه پرتى بەكار دەھىنئىت.

لەوانەى پىشوو بىنيمان كە ھەژمىركردنى ئەگەرى پروداويك لە پروداۋەكانى تاقىكرنە ۋە پەكەى ديارىكراۋ پىويستى بە دۇزىنە ۋە ھەموو ئەنجامەكان دەبىت كە لە توانادايە ۋە ھەموو ئە ۋە نەنجامانەى لە توانا دان بۇ ھاتنەدى پروداۋەكە. لەم وانەيە ۋە لەوانەى داھاتوۋدا چەند پىگايەكانى ژماردن فىردەبىن كە يارمەتيدەرن لە ژماردنى ئەۋەى ئارەزوۋى ژماردنىمان ھەبىت.

## Fundamental Counting Principle ياساي ژماردنى بنه پرتى

پىگايە پەكەم فىرى دەبىن برىتتايە لە بەكارھىنانى ھىلكارى درەخت. بۇ نمونە ژەمى بەيانى لە بەككە لە ئوتىلەكان ۋە رىگرە ھەركەسىك بۇى ھەيە ھەلبىژاردن لە نىۋان چا ۋە قاقو بەكات لە لايەك ۋە لە نىۋان سى جۆرە خواردن: پەنير يان گوشت يان ھىلكە لە لايەكى تر. ھىلكارى خوارە ۋە ھەموو پىگايەكان پيشان دەدات كە لە توانادايە بۇ ھەلبىژاردنى ژەمى بەيانى.





چىشتخانەيەك دوو جوړه ژەمى ئىۋارە دەخاتە پروو بۇ ميوانانى ھەر ژەمىك له قاپىك زەلاتە وقاپىك گوشت پىكدىت ھەركەسىك دەتوانىت ھەلبىژاردن له نىۋان دوو جوړ سەلاتە بكات.

سەلاتەى كاھوو و زەلاتەى تەماتە. ھەرۋەھا دەتوانىت ھەلبىژاردن له نىۋان سى جوړه گوشت بكات: برژاۋ يان سووركراۋە يان مريشك.

1. سەرەتا ھىلكارىيەكى درخت بكيشە بۇ دياركردنى ھەلبىژاردەى ھەردوو جوړە سەلاتە ۋەك له بەرامبەر ديارە.

2. لە ھەر ھەلبىژاردنىكى زەلاتە ھىلكارىيەكى درخت بكيشە بۇ ھەلبىژاردنى سى جوړە گوشت.

3. ئەو ژەمانە چىن كە لەتوانادايە پىكبخرىت؟ ژمارەيان چەندە؟

4. ئىستا چىشتخانەكە دەپەۋىت پيازى برژاۋيان بىبەرى برژاۋ بخاتە سەر گوشتەكە.

ئاستى سىيەم بۇ ھىلكارىيەى درختەكە زيادبەكە بۇ ئەۋەى بتوانىت ئەو ژەمانە بزمىرىت كە ئىستا پىكدەھىنرىت ژمارەكەى چەندە؟

### خالى جاۋدىرى

ھىلكارىيەكى درخت بۇ نمونەى پىشوو بكيشە بە دەستپىكردن بە خواردن ۋەك ھەلبىژاردنى يەكەم. ئايا ئەم گوړانكارىيە لە پىكخستنى ھەردوو ھەلبىژاردەكە دەبىتە ھوى گوړانى ئەنجامەكان؟ بەتپروانين لە ھىلكارى درخت وتىگەيشتن لە چونيەتى دروستكردنى ياساى بنەرەتى ژماردن پروندەبىتەۋە.

### Fundamental Counting Principle ياساى ژماردن بنەرەتى

ئەگەر  $m$  پىگا لە توانادابوو بۇ ھاتنەدى پروداۋىك و  $n$  پىگا لە توانادابوو بۇ ھاتنەدى پروداۋىكى تر، ئەو  $mn$  پىگا لە توانادايە بۇ ھاتنەدى ھەردوو پروداۋەكە پىكەۋە.

### نمونە

سامى دەپەۋىت وشەى نەينى تايبەت بۇخوى ھەلبىژىرىت بۇ چوونە ناو نىنتەرنىت. ئەم وشەيە لە دوو پىتى نووسىنى نىنگلىزى پىكدىت، چوار پەنۋوسى بەدواداىت، ئايا دەتوانىت چەند وشەى نەينى پىكبەينىت بەمەرجىك ناتوانىت پىتى 0 و پەنۋوسى 0 بەكاربىنىت؟

شىكار

سامى دەتوانىت ھەر پىتىك لە نىۋ 25 پىتدا بەكاربىنىت ۋە ھەر پەنۋوسىك لە نىۋ 9 پەنۋوسدا. جا ئەگەر ياساى ژماردن بنەرەتيمان بەكارھىنا ئەمەى خوارەۋەمان دەستدەكەۋىت:

پىتى يەكەم      پىتى دوۋەم      پەنۋوسى يەكەم      پەنۋوسى دوۋەم      پەنۋوسى سىيەم      پەنۋوسى چوارەم

25      ×      25      ×      9      ×      9      ×      9      ×      9

بەمەش ژمارەى وشە نەينىيەكان كە لەتوانادايە دەبىتە

$$25^2 \times 9^4 = 4\,100\,625$$

تابلۇي ئۆتۆمبىل لە سى پىت پىكدىت كە سى رەنوسى بەدوادىت ژمارەي تابلۇكان چەندە كە لە توانادايە؟ ئەگەر چىيە كە پىتەكانى تابلۇي ئۆتۆمبىلەكەت ھەرسى پىتى سەرەتاي ناوي خۆت بىت بەھەمان رىكخستن.

شىكار

دەست بەژماردى دانهكانى بۆشايى نمونەكە بگە.

پىتى يەكەم	پىتى دوووم	پىتى سىيەم	رەنوسى يەكەم	رەنوسى دوووم	رەنوسى سىيەم
------------	------------	------------	--------------	--------------	--------------

$$10 \times 28 \times 28 \times 10 \times 10 \times 10$$

بەمەش ژمارەي تابلۇكانى كە لە توانادان دەبىتە  $28^3 \times 10^3 = 21\,952\,000$  تابلۇ.

پاشان ژمارەي تابلۇكانى مەرجهكە دىنئىتەدى ھەژمىرەكە.

پىتى يەكەم	پىتى دوووم	پىتى سىيەم	رەنوسى يەكەم	رەنوسى دوووم	رەنوسى سىيەم
------------	------------	------------	--------------	--------------	--------------

$$10 \times 1 \times 1 \times 10 \times 10 \times 10$$

بەمەش ژمارەي تابلۇكان كە مەرجهكە دىنئىتەدى برىتییە لە  $10^3 = 1000$  تابلۇ.

بەم جۆرە ئەگەرى ئەوەي پىتەكانى تابلۇي ئۆتۆمبىلەكەت ھەرسى پىتى سەرەتاي ناوي خۆت

بىت. بەھەمان رىكخستن برىتییە لە

$$\frac{1000}{21\,952\,000} = 0.000045 \text{ بەماناي } 45 \text{ لە مليۇن.}$$

## راھىنان

### بەردەوامبوون لە بىر كاریدا

1 شروڤە بگە چۆن ھىلكارى درەخت يارمەتيت دەدات لە تيگەيشتنى ياساي بنچىنەيى ژماردن.

### راھىنانى ئاراستە كراو

2 فەرھاد دەيەويت وشەي نھىنى تايبەت بە خۆي ھەلبۇرۇيت بۆ چوونە ناو ئەنتەرنىت. ئەم

وشەيە لە دوو پىتى ئەبجەدى پىتەكانى ئىنگلىزى پىكدىت، سى رەنوسى بەدوادىت. ئايا

دەتوانىت چەند وشەي نھىنى پىكېنئىت بەمەرچىك ناتوانىت پىتى 0 و رەنوسى 0

بەكاربىنئىت. ھىلكارى درەخت پىكېنئىت بۆ تۆماركردن لەتوانادابو لە چالاكىيە

دەرەكىيەكاندا.

3 تۆماركردن لەھەموو چالاكىيە دەرەكىيەكان

• وەرزشى تۆپى پى، تۆپى باسكە، تۆپى سەرمىز.

• ھونەرەكان: ميوزىك، وىنە

• يانەكان: زانستەكان، بىركارى

### راھىنان و جىيە جىكردن

ھىلكارىيەكى درەخت دروستبگە، كە ھەموو تواناكانى خولياكان لەناو مال ولەدەرەوہ دياربكات.

- 4 خولياكان • لهناو مال: خویندنهوه، سهیرکردنی تهلهفزیون، گوئگرتن له میوزیک.  
• لهدهرهوهی مال: ږاکردن، سهیران، یانه.

ژماره‌ی وشه نهینیهکان دبار بکه که له توانادایه پیکهپیندریت به بهکارهینانی ههموو پیته  
ئه‌بجه‌دیه‌کانی ئینگلیزی وههموو رهنووسه‌کان له هر باریکدا.

5 دوو رهنوس سی پیتی به‌دوادا بیت ورهنووسیکی به‌دوادا بیت.

6 سی رهنوس دوو پیتی به‌دوادا بیت ورهنووسیکی به‌دوادا بیت.

7 سی پیت سی رهنوسی به‌دوادا بیت.

8 دوو پیت چوار رهنوسی به‌دوادا بیت.

9 **بلاگردنهوهی کتیب** هر کتیبکی بلاوکراوه رهنوسکراویکی جیهانی هله‌ده‌گرت که به  
ISBN ناو ده‌بریت. ئهم ژماره‌یه له 10 رهنوس پیکدیت که زانیاری ده‌براره‌ی کتیبه‌که  
ده‌گرتته خو وه‌ک زمانی کتیب وناوی بلاوکه‌ر. چهند رهنوسکردن له توانادایه؟

10 **تاقیکردنهوه** نه‌زمونیکي هله‌بژاردنی وه‌لامی راست 15 پرساری تیدایه هر پرساریک  
چوار وه‌لامی هه‌یه، خویندکاریه‌کیکیان هله‌ده‌بژیریت. ژماره‌ی وه‌لامه‌کانی ههموو  
پرساره‌کان که له توانادایه چنده.

11 ئاسایش پسپوړیکي بواړی ئاسایش کار له‌سه‌ر دانانی کللیک ده‌کات بو سیستمی ئاسایش،  
ئهم کلله سی پیتی A, B, C به‌کار دینیت له‌وانه‌یه هر یه‌کیکیان پتر له جاریک دووباره  
بیته‌وه. ئهم پسپوړه ده‌یه‌ویت نه‌گه‌ری سه‌رکه‌وتن له هه‌ولئ کردنه‌وه‌ی کلله‌که که‌متر بیت له  
0.001 ئایا که‌مترین ژماره‌ی پیته‌کانی ئهم کلله چنده؟

## تیروانیتیک بو دواوه

12 له‌بیرت بیت که کاغزی یاری له 52 کاغز پیکدیت که به‌یه‌کسانی به‌شده‌بیته سه‌رچه‌شنه‌کانی  
♥ و ♦ و ♣ و ♠. دلدار کاغزیکي له‌وانه ږاکیشا. ژماره‌ی نه‌نجامه‌کان چنده که له توانادایه  
وژماره‌ی نه‌نجامه‌کان چنده که ږووداوی ( کاغزی ږاکیشراوه‌که سووربیت).

13 ئارام دوو کاغزی یاری یه‌ک له دواوی یه‌ک ږاکیشا نه‌گه‌ر چیه‌که هه‌ردوو کاغز ♣ بیت  
نه‌گه‌ر ئارام کاغزه‌که بگه‌رپینتته‌وه و تیکه‌لیان بکاته‌وه پیش ږاکیشانی کاغزی دووهم.

14 ئارام سه‌یریکرد کاغزی یه‌که‌م ♠ بوو کاغزی دووهمی ږاکیشا به‌بی‌ئوه‌ی یه‌که‌میان  
بگه‌رپینتته‌وه. نه‌گه‌ر چیه‌که کاغزی دووهم ♠ بیت.

## تیروانیتیک بو پیشه‌وه

15 دوو که‌س هله‌بژیردران له نیو 3 کچ و 4 کوپ. نه‌گه‌ری ئه‌وه ئهم دوو که‌سه کوپ بن چنده؟

# گۆرپنەكان و رىزبەندىيەكان\* و گونجىنەكان

## Permutations, Arrangements and Combinations



**بۇچى**  
 لەزۇر باردا باس لە رىكخستنى  
 ژمارەيەكى ديارىكراو لە دانەكانى  
 كۆمەلەيەك دەكات بە رىزبەندى يان بى  
 رىزبەندى

لەوانەى رابردودا بينيمان چۆن ياساى  
 ژماردى بنەرەتى بەكاردين بۇ دۆزىنەوى  
 ئەودانانەى كە بۆشايى نمونەكە پىكدىنن و  
 ژمارەى ئەو دانانەى كە رووداويك پىكدىنن. لەم  
 وانەيدا رىگاكانى ترى ژماردن فيردەبين بە  
 پىناسەيەكى ئاسان و گرنگ دەستپىدەكەين  
 لەھەمان كاتدا.



وانەى  
**4**

### ئامانجەكان

- گۆرپنەكانى كۆمەلەيەك دەنوسىت و ژمارەيان دياردەكات.
- ژمارەى گۆرپنەكانى  $r$  شت لەنۆ  $n$  شت ھەژماردەكات.
- ژمارەى گونجىنەكانى  $r$  شت لەنۆ  $n$  شت ھەژماردەكات.

### $n$ Factorial      لىكدراوى $n$

ئەگەر  $n$  ژمارەيەكى تەواوى موجب بىت ئەوا لىكدراوى  $n$  برىتييە لە ئەنجامى لىكدانى ژمارە تەواوەكان لە 1 تا  $n$  و بىركارى زانەكان ئەم پىناسەيە فراوان دەكەن تا بارى  $n=0$  دەگرىتەوہ بۇ ئەوہى بزانيں  $0!=1$  و اتا كاتىك  $n$  ژمارەيەكى تەواوى سالب نەبىت.

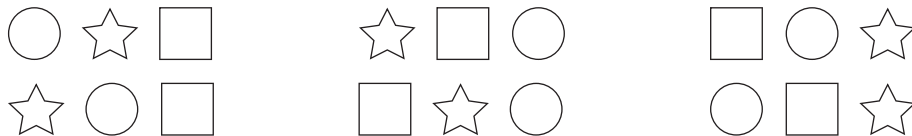
$$n! = \begin{cases} 1 \times 2 \times \dots \times n & : n > 0 \\ 1 & : n = 0 \end{cases}$$

### permutations

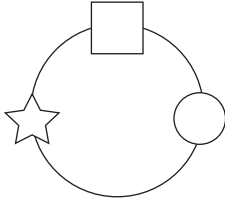
### گۆرپنەكان

گۆرپن برىتييە لە رىكخستنى ژمارەيەك شت بە رىزبەندىكى ديارىكراو.

ويئەى ھەموو گۆرپنەكانى ئەم شتانه بكيئشە: □, ○, ☆  
 شىكار



### 1 نونە



دەتوانین شتەکان لەسەر راستەهێڵێک ریکبخەین وەک لە نمونەى  
پێشوو ھەروەھا دەتوانین لەسەر بازنەیهک ریکیانبخەین ھەروەک  
لەشیۆەى بەرامبەر دا دیارە.  
ریکخستنى شتەکان لە بارى یەكەم گۆرینی ھێلێە.  
ریکخستنى شتەکان لە بارى دووھم گۆرینی بازنەییە.

## نموونه

### شیکارکردنی پرسیارەکان

دروستکردنی لیستیکی ریک: خستەى خوارووە ھەموو گۆرینەکانى لە توانادایە پیشاندەدات بۆ ئەم پیتە  
لاتینیانە  $A, B, C, D$ . چون دەتوانیت یاسای ژماردنی بنەپەرتى بەکاربھێنیت بۆ دۆزینەوہى ژمارەى  
گۆرینەکان؟

$DABC$	$CABD$	$BACD$	$ABCD$
$DACB$	$CADB$	$BADC$	$ABDC$
$DBAC$	$CBAD$	$BCAD$	$ACBD$
$DBC A$	$CBDA$	$BCDA$	$ACDB$
$DCAB$	$CDAB$	$BDAC$	$ADBC$
$DCBA$	$CDBA$	$BDCA$	$ADCB$

شیکار

دەتوانیت ژمارەى ئەم گۆرینانە بە بەکارھێنانى یاسای ژماردنی بنەپەرتى دیاربکەیت ھەروەک لە  
خوارووە پیشاندراوہ.

لەتوانادایە پیتى چوارەم ھەلبژێردریت لە نیو	لەتوانادایە پیتى سێیەم ھەلبژێردریت لە نیو	لەتوانادایە پیتى دووھم ھەلبژێردریت لە نیو	لەتوانادایە پیتى یەكەم ھەلبژێردریت لە نیو
1	2	3	4

کەواتە ژمارەى ھەموو گۆرینەکان بریتیە لە:  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = 24$

## Arrangements

## ریزبەندیەکان

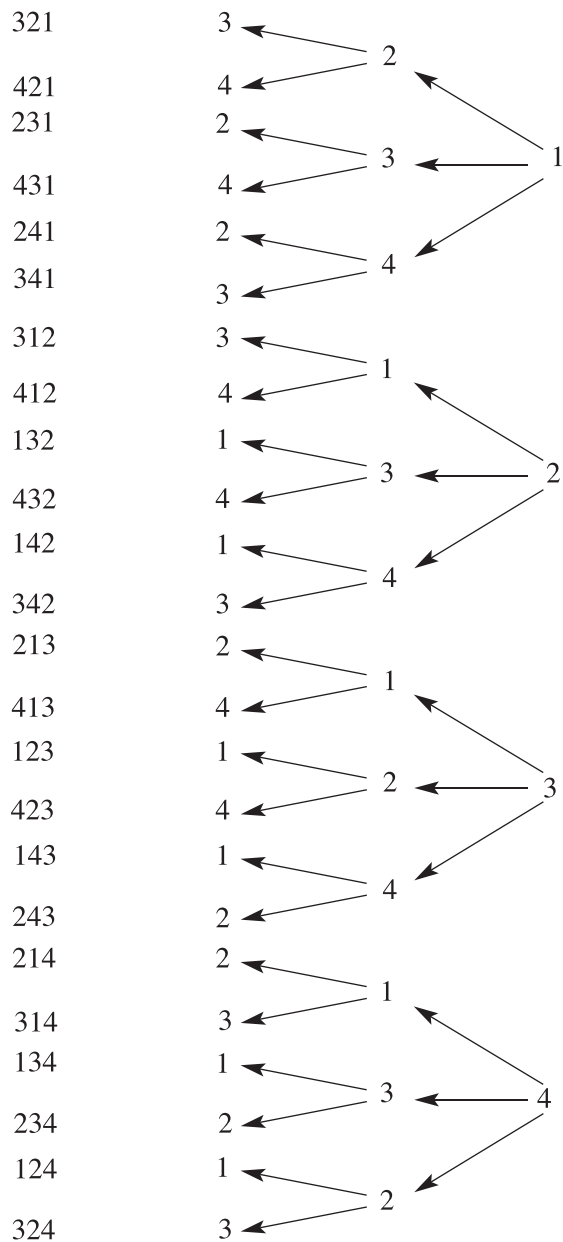
## نموونه

دەتوانیت چەند ژمارەى 3 رەنووسى پیکبھێنیت لە رەنوو سکەکانى 1, 2, 3, 4, بەبى  
دووبارەبوونەوہ؟ ئەم ژمارانە بنوو سە.

شیکار

ھێلکاری درخت بەکاربھێنە لە لاپەرەى دواتر ھەموو ھەلبژاردنەکانى توانادایە پیشاندات بۆ  
ھەلبژاردنی رەنوو سی یەکان پاشان رەنوو سی دەیان پاشان رەنوو سی سەدان ھەروەھا ئەو  
ژمارەىە پیشاندەدات کە لە ھەر باریکدا دەینوو سی.

رهنووسی په‌کان رهنووسی ده‌یان رهنووسی سه‌دان ژماره‌که



ئوهی له نمونهی رابردوو کردت به‌وته وا دهرده‌پرېت (3 په‌نووست رېکخست له نیوان 4 په‌نوس) ه‌روه‌ها به دست‌که‌وته‌که‌ت ده‌لېت ریزه‌ندیه‌کانی **Arangements** 3 شت له نیو 4 شت بو دست‌که‌وتنی ژماره‌ی ئه‌و ریزه‌ندیانه یاسای ژماردنی بنه‌رته‌ی به‌کاربه‌ینه:

له‌توانادایه رهنووسی سییه‌م ه‌لېژدرېت له نیو	×	له‌توانادایه رهنووسی دووم ه‌لېژدرېت له نیو	×	له‌توانادایه رهنووسی یه‌که‌م ه‌لېژدرېت له نیو
2		3		4

بهم جوړه ژماره‌یان ده‌بېته  $24 = 4 \times 3 \times 2$  ریزکردن.

ه‌ولېده ده‌توانیت چند ژماره‌ی 4 رهنووسی به به‌کاره‌یانی په‌نوسه‌کانی 1, 2, 3, 4, 5 پیکه‌پنیت به‌بی دو‌باره بوونه‌وه؟



## نمونہ

4

باوکی ھاوڑی 10 CD میوزیکی کردہ دیاری بو کورہکھی. ھاوڑی ویستی گوئیستی سی لہوانہ بیٹ یهک لہدوای یهک نایا ھاوڑی چند ھلبراردنی لہ پیشہ؟ شیکار

ھاوڑی دہتوانیت پھکی یهکھم لہنیو 10 پھک ھلبراردنی و دووم لہنیو 9 پھک، و سییھم لہنیو 8 پھک جا ئهگہر یاسای بنہرہتی ھلبراردن بہکاربھینیت دہبینیت کہ ھاوڑی  $10 \times 9 \times 8 = 720$  ھلبراردنی لہ پیشہ؟

ھولبدہ

مہروان پیچ چپڑوکی کرپی بو ئهوہی سی لہوانہ لہ پشوی ھاویندا بخوینیتہوہ نایا مہروان چند ھلبراردنی لہ پیشہ؟

### Arrangements of $n$ Objects $r$ at Time $n$ ریزبہندکردنی $r$ شت لہنیو $n$

ژمارہی ریزبہندیہکان  $r$  شت لہنیو  $n$  کاتیک  $r \leq n$  بریتیہ لہ

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

## نمونہ

5

سہلما دہیہویٹ 4 کتیب بخاتہ ناو کتیبخانہکھی کہ لہ 10 رھف پیکھاتوہ بہ مہرجیک پتر لہ یهک کتیب لہسہر ھہر رھفہیہک دانہنیٹ. نایا چند ھلبراردنی لہ پیشہ؟

شیکار

پرسیارہکہ بریتیہ لہ ریکخستنی 4 رھف لہنیو 10 رھف، سہلما رھفی یهکھم لہناو 10 ھلدہبڑیریت دووم لہنیو 9، سییھم لہنیو 8، چوارم لہنیو 7، بہمہش ژمارہ ھلبراردنہکان دہبیٹہ:  $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$

ھولبدہ

دلشاد 5 گوڑی رھنگ جیاوازی لایہ دہیہویٹ بہسہر 8 سندووقی رھنوسکراو دابہشبکات، بہمہرجی لہیہک گو پتر نہخاتہ ناو ھہر سندووقیک نایا چند ھلبراردنی لہ پیشہ؟

### Circular Permutations

### گوڑینہ بازنہیہکان

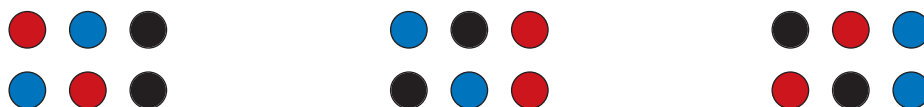
## نمونہ

6

لہ باخچہیہکدا 3 کورسی ھہیہ لہیلا دہیہویٹ ئم کورسیانہ لہ دوری میڑیکی بازنہیہی ریکبخت. نایا ھلبراردنہکانی بہردم لہیلا چین و ژمارہیان چہندہ؟

شیکار

ئہگہر سہیری گوڑینہ ھیلیہکانی پیش لہیلا بکہیت ئمہی خواروہ دہبینیت:





سەرنجىدە ھەرسى گۆرپنە ھىلىيەكانى لەرىزى يەكەمدا (شىن، سوور، رەش) يەك گۆرپنى بازىنەيى پىكىدېن و گۆرپنە ھىلىيەكان كە لە رىزى دووھەمدا (شىن، رەش، سوور) يەك گۆرپنى بازىنەيى پىكىدېن كەواتە لەيلا دوو ھەلبژاردنى لەپىشە بۆ دانانى كورسىيەكان لە دەورى مېزەكە.

ھەولبە ئىمارەى ھەلبژاردنەكان چىيە بۆ رىزىكردنەكانى 4 جۆر زەلاتە لە قاپىكى بازىنەيىدا؟

### گۆرپنە بازىنەيەكان Circular Permutations

ئىمارەى گۆرپنە بازىنەيەكانى  $n$  شت برىتییە لە  $(n-1)!$ .

### Combinaition

### گونجىنەكان

بىنيمان كە گۆرپن برىتییە لە رىكخستنى  $r$  شت لە نىو  $n$  لە رىزىكردنى دىاركراو ئەگەر رىكخستىكە لە لە رىزىبەندىيەكە گرىنگ نەبوو، شتىك بەدەست دىنىت كەپى دەوترىت گونجىن Combinations گونجىنى  $r$  شت لە نىو  $n$  شت، كە  $r \leq n$  زۆر بەسادەيى برىتییە لە كۆمەلەيەك لە  $r$  شت لە نىو  $n$  شت. ئەگەر ئەم ئىمارانەت ھەبوو: 1, 2, 3, 4, 5، ئەوا دانەكانى 2, 3, 5 گونجىنى 3 دانە لە بنچىنەي 5 پىكىدېنىت سەرنجىدە كە دانەكانى 2, 3, 5، ھەمان گونجىن دەنوىنىت بە پىچەوانەى ئەوہى لە گۆرپن روودەدات.

ئەندامەكانى يانەيەكى وەرزشى دەستەيەكى 7 كارگىرى پىكھاتوو لە سەرۇك و جىگىرى سەرۇك و رازگر و بەرپرسى دارايى و بەرپرسى پەيوەندىيەكان بە پاكىشانى نەپنى ھەلدەبژىرن لە نىو 7 پالىوراودا بۆ ئەوہى كارەكانى دەستەي كارگىرى يانەكە راپەرىن. ئىمارەى پىكھاتەكان چەندە كە لە توانادايە؟

شىكار

بۆ ھەزمىركردنى ئىمارەى پىكھاتەكان كە لە توانادايە دەبىنن كە:

دەتوانىن سەرۇك ھەلبژىرن لە نىو	دەتوانىن جىگرى سەرۇك ھەلبژىرن لە نىو	دەتوانىن رازگر ھەلبژىرن لە نىو	دەتوانىن بەرپرسى دارايى ھەلبژىرن لە نىو	دەتوانىن بەرپرسى پەيوەندىيەكان ھەلبژىرن لە نىو
3	4	5	6	7

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = \frac{7!}{(7-5)!} = 2520$$

بەم جۆرە ئىمارەى پىكھاتەكان كە لە توانادايە برىتییە لە  $2520 = \frac{7!}{(7-5)!}$

7

### نمونە

#### جىيەجىكرن

#### وەرزش



یانہ کہ ریگای ہلبژاردنی دستہی کارگیچی گوری، و پیویستہ لہسہر ئەندامان 5 پالیوراو لہ 7 ہلبژیرین بو پیکھینانی دستہکە، بی دیاریکردنی کارهکانیان و بەشکردنی کارهکانیان بو لیژنہ ہلبژیردراوہکە بەجیہشت.

ا) ژمارہی ریگاکانی دابہشکردنی کارهکان لہنیو پینج ئەندامہکە چەندہ؟

ب) ژمارہی دستہ کارگیچیہکان چەندہ کہ دہتوانری لہ لایەن ئەندامہکان ہلبژیرین بەریگای ہلبژاردنی نوی؟

شیکار

ا) ژمارہی ئەو ریگایانہی کہ پینج ئەندامہکە لہنیو خویماندا دہتوانن کارهکانی پیدابەش بکەن بریتیہ لہ گوری کۆمەلہیہکی 5 دانہی 120 = 5! = 1 × 2 × 3 × 4 × 5

ب) بو ہژمیرکردنی ژمارہی ئەو دستہ کارگیچیہکان کہ ئەندامہکان دہتوانن ہلبژیرن بەریگای نوی، سہرنجی ہلبژاردنہکەبەدہ کہ ہەر دستہیہک کۆمەلہیہکی 5 ئەندامیہ لہ نیو 7 لہ لایہکی تریش ہەر دستہیہکی ہلبژیردراو 120 ریخستن لہ دستہی کارگیچی پیکدینن، دواي ئەوہ ژمارہی ریخستنہ لہتوانابووہکان بریتیہ لہ ژمارہی ریزکردنہکانی 5 شت لہ 7، واتہ  $\frac{7!}{(7-5)!} = 21 \times 570$  جا ئەگەر یاسای ژماردنی بنہرہتیت بەکارہینا دہردہچیٹ. ژمارہی ریخستنہکان = ژمارہی دستہ ہلبژیردراوہکان × ژمارہ گوریہکانی ہەر دستہیہک  $2520 =$  ژمارہی دستہ ہلبژیردراوہکان × 120  
ژمارہی دستہکان کہ لہ توانایہ ہلبژیردین بریتیہ لہ:  $\frac{2520}{120} = 21$

## چالاکی

### بہراوردکردنی ریزہندیہکان و گونجینہکان

#### Comparing arrangements and Combinations

یانہیہک یاریہکی لہنیو ئەندامانی ریخست کہ بہم شیویہ بوو:

- یاریزان 3 رهنوسی لہنیو دہ رهنوسہکانی (0 تا 9) ہلدہبژیریت و لہسہر تہختہ دہینوسیٹ.
- یاریزانہکە 3 گو لہ تورہگہیہکی ناروون رادہکیشتیہک لہ دواي یہک کہ گو ی رهنوسکراوی لہ (0 تا 9) تیدایہ.
- بو ئەوہی یاریزانہکە بباتوہ دەبی ئەو رهنوسانہ رابکیشتیہک لہسہر تہختہکە نوسیویہتی و بہہمان ریخستن.

1. هیوا رهنوسہکانی 8 - 4 - 1 ی ہلبژارد یہک لہ دواي یہک ئەو ئەنجامانہ چین کہ بہرہو بردنہوہی دہبەن؟

2. ریخخہری یاریہکە ریساکانی گوری مہرجی بردنہوہی یاریزانی کرد بہوہی سی رهنوسہکە رابکیشتیہک بہ ہەر ریخستنیک بیٹ ہیوا یاریہکە ی دوبارہ کردوہ بہہمان رهنوسہکان ئەو ئەنجامانہ چین کہ بہرہو بردنہوہی دہبەن؟

3. کام لہ دوو یاریہکان دہرفہتی گہورہتری بردنہویان تیدایہ: یہکەم یان دووہم؟ راقہبکە.

خالی چاودیتری ✓

دهتوانیت گویبیستی دوو شریتی میوزیکی بیت، یه که له دوای یه که له نیو 5 شریتی به ریگای جیاوازهکان که ژماره یان  $4 \times 5 = 20$  ریگایه نه گهر ویستت ژماره ی ریگاکانی که دهتوانیت دوو شریتی میوزیکی پی بکریت له نیو 5 بدوژیه وه، نهوا ریگخستن رول نابینت دیاره ریگخستن له کرینی شریتیکی حهسه ن زیرهک و شریتیکی عهلی مهردان کاریگه ری نابیت چونکه لیستی ژمیریاریه که ههردوو شریتی پیکه وه تیدا ده بیت بو دیاریکردنی ژماره ی ریگاکانی کرینی دوو شریتی له نیو 5 ژماره ی ریزکردنهکانی دوو شریتی له نیو 5 دابهش 2 بکه چونکه هه شریتیکی دوو جار ده ژمیریاریت نه مه ژماره که یه  $\frac{4 \times 5}{2} = 10$ .

### گنجینهکانی $r$ شت له نیو $n$ Combination of $n$ Objects $r$ at time

ژماره ی گنجینهکانی  $r$  شت له نیو  $n$ ، که  $r \leq n$ ، بریتیه له  $C_r^n = \frac{n!}{r! \times (n-r)!}$ .

سه رنجبه که ژماره ی گنجینهکانی  $r$  شت له نیو  $n$  یه کسانه به نهجامی دابه شکردنی

ریزکردنهکانی  $r$  شت له نیو  $n$  به سه ر ژماره ی گورپینهکانی  $r$  شت.  $C_r^n = \frac{P_r^n}{r!}$ .

دلشاد دهیه ویت 3 په رداخ هه لیزاریت له نیو 5 په رداخی گوشراوی میوهکانی: لیمو، سیو، تری مؤز، نه ناس. ژماره ی نه وه هه لیزاردنانه ی که له توانیدایه چهنده؟

شیکار

دلشاد دهتوانیت په رداخی یه که له نیو 5 په رداخ هه لیزاریت، دووم له ناو 4 په رداخ، و سییه له ناو 3 په رداخ. به لام هه لیزاردنی گوشراوی لیمو و گوشراوی مؤز و گوشراوی تری جیاوازی نییه له گه ل هه لیزاردنی گوشراوی مؤز و گوشراوی تری و گوشراوی لیمو. واته نه وه ریزکردنه ی دلشاد په پرهوی دهکات له هه لیزاردنی په رداخهکان، هیچ رولیکی له م پرسیاردها نییه. لیره وه هه لیزاردنهکان که له پیش دلشاده بریتیه له دابه شکردنی ژماره ی ریزکردنهکانی 3 له 5 به سه ر

$$\frac{5!}{(5-3)!} \div 3! = \frac{5!}{3! \times 2!} = 10$$

ژماره ی هه لیزاردنهکان چهنده نه گهر دلشاد بیه ویت 4 په رداخ هه لیزاریت؟

کامیان گه وره تره ریزکردنهکانی 3 له پینچ، یان گنجینهکانی 3 له 5؟

له دوو نمونه ی پیشوودا بو مان دهرده که ویت که په یوه ندییه که هه یه له نیوان ژماره ی ریگخستنهکانی  $r$  شت له  $n$ ، و ژماره ی گنجینهکانی  $r$  شت له  $n$ .

### په یوه ندی له نیوان گورپینهکان و گنجینهکان

ژماره ی ریزبه ندییهکانی  $r$  شت له  $n =$  ژماره ی گنجینهکانی  $r$  شت له  $n \times$  ژماره ی گورپینهکانی  $r$  شت.

لهکاتی شیکارکردنی پرسیاریکدا، زور جار پیویست دهکات شیوازی گونجاو بو ریزبه ندییهکان هه لیزاریت: یان گنجینهکان.

## نونه

### جیه جیکردنهکان

#### بازرگانی

هه ولبده

بیری په خنهگر

## نمونہ

10

نمونہی گونجاو ھەلبژیرە، ئینجا ژمارەکە ھەژمیریکە.

ا) بەچەند پڕیگا سەرۆک و جیگیری سەرۆک و رازگر ھەلدەبژێردریت لە نیۆ 5 پالیئوراو؟

ب) بەچەند پڕیگا لیژنەییەکی پیکھاتوو لە 3 ئەندام ھەلدەبژێردریت لە نیۆ 5 پالیئوراو؟

شیکار

ا) نمونە لیژنەدا نمونە ی ریزکردنەکانە، چونکە کەسێک پێویستە بۆ سەرۆکایەتی، و یەکیکی تر

بۆ جیگیری سەرۆکایەتی، و سییەم بۆ رازگری. ژمارە ی پیکھینەرەکان بریتییە لە:

$$\frac{5!}{(5-3)!} = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

ب) شیواز لیژنەدا شیوازی گونجینەکانە، چونکە داواکراو ھەلبژاردنی کۆمەڵەییەکی 3 کەسییە.

$$C_3^5 = \frac{5!}{3! \times (5-3)!} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

ھەولبەدە چەند پڕیگا ھەییە بۆ ھەلبژاردنی لیژنەییەکی 2 کەسی لە نیۆ 7 کەس؟ چەند پڕیگا ھەییە بۆ

ھەلبژاردنی سەرۆک و جیگیری لە نیۆ ئەندامانی لیژنەییەکی 7 کەسی؟

## بەکارھینانی گونجینەکان لە ھەژمیرکردنی ئەگەر

## نمونہ

11

لە یلا دوو گۆی لە توورەگەییەک پراکیشا کە پینج گۆی سوور و سی گۆی شینی تێدایە. ئەگەر چییە

کە ھەردوو گۆیەکە سوور بن؟

شیکار

ئەم ئەگەرە یەکسانە بە پڕژەیی ئەگەری ژمارە ی ئەو ئەنجامە ی کە گۆیەکان تێدا سوور دەبیت

لە سەر ژمارە ی ھەموو ئەنجامەکان کە لە توانادان. ژمارە ی یەکەم بریتییە لە گونجینەکانی 2 لە

5. و ژمارە ی دوویم بریتییە لە گونجینەکانی 2 لە 8 ( 8 ژمارە ی گشت گۆیەکانە).

$$C_2^5 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

$$C_2^8 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$$

کەواتە، ئەگەری ئەو ی ھەردوو گۆ سوور بن بریتییە لە:  $\frac{10}{28} \approx 0.3571 = 35.71\%$

ھەولبەدە ئەگەر چییە دوو گۆیەکە لە دوو پەنگی جیاوازی.

بهرده و امبوون له بیر کاریدا

- 1 راقه بکه چۆن یاسای ژماردنی بنه پرتی یارمه تیدهر ده بیئت له دیاریکردنی ژماره ی گۆرینه کانی چوار شت.
- 2 راقه بکه چۆن یاسای بنچینه یی ژماردن یارمه تیدهر ده بیئت له دیاریکردنی ژماره ی ریزبه ندیه کانی چوار شت له نیو پینج.
- 3 جیاوازی نیوان ریزبه ندیه کانی و گونجینه کانی راقه بکه. نمونه یه ک بیئنه وه وک پالپشت بو راقه کت.

راهینانی ئاراسته کراو

- 4 ده توانیت چند ژماره بنوسیت به به کارهینانی شهش رهنوسی، جیا له 0، بی دووباره کردنه وه ژماره ی هه لیزاردنه کانی سهیرکردنی 3 شریتی قیدیو یه ک له دوا ی یه ک چنده له نیو 7 شریت؟
- 6 ژماره ی هه لیزاردنه کانی له پیش 12 کهس چنده بو دانیشن له سه ر میزیک یی بازنه یی بو خوان؟
- 7 ژماره ی ریگاکان چنده بو هه لیزاردنی سه روک و جیگری سه روک و رازگر له نیو لیژنه یه کی 6 کهسی؟
- 8 ژماره ی ریگاکانی کرینی 3 کتیپ و 4 شریتی میوزیک چنده له کتیپخانه یه ک 9 کتیپ و 7 شریتی میوزیکی تیدا یه؟
- 9 له راپرسییه ک دهر باره ی ریگخستنی هاتوچو له شه قامیک یی شارد، 10 کهس هه لیان بژارد که شه قامه ک له هه ردوولا کراوه بیئت، و 8 کهس هه لیان بژارد که شه قامه ک له یه ک لا کراوه بیئت. دوا ی رابرسییه که دوو کهس هه لیزاردن له وانه له رابرسییه که دا دهنگیان داوه. نه گه ر چیه که هه ردووکیان له گه ل کردنه وه ی شه قامه ک بن له دوولا؟

هه ژماریکه.

- |          |            |            |                           |
|----------|------------|------------|---------------------------|
| 13       | 12         | 11         | 10                        |
| $(6-4)!$ | $(7-5)!$   | $6!-4!$    | $7!-5!$                   |
| 17       | 16         | 15         | 14                        |
| $P_2^7$  | $P_5^{10}$ | $P_4^{10}$ | $\frac{8!}{5! \times 3!}$ |
| 21       | 20         | 19         | 18                        |
| $C_5^9$  | $C_7^{10}$ | $C_4^8$    | $C_4^7$                   |

راهینان و جیهه چیکردن

سارا 8 پلیتی رهنوسکراوی هه یه له 1 تا 8. له هه ر پرسیاریکدا ده توانیت چند ژماره بنوسیت به به کارهینانی پلیته کانی که لایه تی؟

- |            |               |            |
|------------|---------------|------------|
| 22         | 23            | 24         |
| له 5 رهنوس | له 3 رهنوس    | له 4 رهنوس |
| 25         | 26            | 27         |
| له 6 رهنوس | له یه ک رهنوس | له 8 رهنوس |

ژماره‌ی ئەو لیژنانه چەندن كە لەتوانا دایە هەلبژێردرین؟

28 3 ئەندام لە نیۆ 5 پالیئوراو 29 7 ئەندام لە نیۆ 8 پالیئوراو

30 8 ئەندام لە نیۆ 12 پالیئوراو 31 6 ئەندام لە نیۆ 10 پالیئوراو

**كارگێڕی دامەزرادەكان** یەكێك لە كۆمپانیاكان پیتشوازی لە 8 فەرمانبەری نوێ كرد. ژماره‌ی هەلبژاردنەكان بۆ دابەشکردنیان بەسەر پۆستە بەتالەكاندا لەهەر باریكدا دیاریكە.

32 8 پۆست 33 9 پۆست 34 10 پۆست 35 15 پۆست

توورەگەیه‌کی ناروون 5 گۆی سپی و 3 گۆی سەوزی تێدایە. ئەگەر چیبە ئەمانە پیکەوێه رابکێشیت:

36 دوو گۆی رەنگ جیاواز 37 3 گۆ دووانیان سپی و سێیه‌میان سەوز.

38 4 گۆ، دووانیان سپی و دووانیان 39 6 گۆ، سێیان سەوز.

سەوز.

40 چاویلکە فرۆشێك دەیه‌وێت 7 چاویلکە‌ی جیا لەسەر بنکەیه‌کی بازنه‌یی نمایش بکات، ئایا چەند هەلبژاردنی له‌پێشە بۆ ریزبەندکردنیان؟

41 یەكێك لە كۆمپانیاكان دەیه‌وێت فەرمانبەرانى ریزبەند بکات، هەر یەكێکیان بە ژماره‌یه‌کی ریزبەندی كە لە 4 رهنوسی پیکهاتیبێت. ژماره‌ی ریزبەندییه‌كان چەندە كە لەتوانادابێت ئەگەر بتوانین رهنوسه‌كان لە 0 تا 9 بەكاربێنین و دووباره‌بوونه‌ وه ئاسایی بێت؟ ژماره‌یان چەندە ئەگەر دووباره‌ بوونه‌وه قەدەغه‌ بێت؟

42 مسته‌فا چەرخێکی میلاری دروستکرد كە رهنوسه‌كانی لە 1 تا 3 ی لەسەربێت. مسته‌فا چەرخه‌كه‌ی كرده‌ سێ بەشی یەكسان. بە چەند رینگا ده‌توانی‌ت سێ رهنوسه‌كان لەسەر بەشه‌كان بنوسیت؟

نموونه‌كه‌ دیاریكە لەهەر باریك لەبارەكانی پرسیار 43-46 .

43 هەلبژاردنی 4 كتیپ بۆ بلاوکردنەوه‌ لە نیۆ 302 كتیپ.

44 هەلبژاردنی 9 یاریزان لە نیۆ 15 یاریزان، بۆ دامەزراندنی تیپی توپی باسكە.

45 هەلبژاردنی چوار پالیئوراو لە نیۆ 200 بۆ بردنەوه‌ی دیاری 100 هەزار دینار و 200 هەزار دینار و 500 هەزار دینار و ملیۆنیك دینار.

46 هەلبژاردنی سەرۆك و جیگری سەرۆك بۆ سەندیکایه‌کی 100 ئەندامی.

## تېروانىيىك بۆدواوه

47 سندوقىك 20 كىتپى تىدايه، 14 يان له بابهتى ئابوورى و 6 يان له بابهتى جوگرافيا. دوو كىتپ به شيوه يه كى هه رهمه كى له سندوقه كه راکيشرا. ژماره ي دانه كانى بۆشايى نمونه كه چهنده؟  
ئه گهر چييه هه ردوو كىتپ له بابهتى ئابوورى بن؟  
ئه گهر چييه يه كى كيان له بابهتى ئابوورى و ئه وىترىان له بابهتى جوگرافيا بىت؟  
ئه گهر چييه هه ردوو كيان له هه مان بابته بن (ئه گهرى ته واکه رت له بىر بىت)؟

## تېروانىيىك بۆپيشه وه

48 كاروان له سه ره تاي سالى خويندنه وه 10 تاقى كى رده نه وه ي بىر كارى كر دو وه و نمره كانى يه ك له دواى يه ك ئه مانه ن: 35، 52، 66، 52، 48، 70، 52، 48، 58، 60. ناوه ند و ناوه راس ته و باو بۆ ئه م نمرانه بدۆزه ره وه.

# پيؤهره كانى ئامار

## Statistical measurements

بهشى

4

وهزارهته كانى پلاندانان له ولاتانى جيهان هه لدهستن به سه ژميرى خولى بۆ دانىشتوان. له م كرداره دا فۆرمى تاييهت پرده كړيته وه كه زانيارى دهر باره ي هه موو لايه نه كانى ژيانى رۆژانه ي دانىشتوان ده كړيته خو. پيډراوه كۆكراوه كان ده كه ونه ژيړ زينجيريه كه چاره سه كه تييدا ژماره يه كه له پيؤهره كانى ئامار به كار ديت بۆ ده سته كه وتنى چهند ئاماره يه كه به ئامانجى پلاندانان وخو ئاماده كردن بۆ هيناننه دى پيډاويستيه كانى گه شه كردنى كۆمه لايه تى وئابوورى. ده توانين پيؤهره كانى ئامار به شيؤه يه كى گشتى بۆ دوو جوړ بهش بكهين: پيؤهره كانى رپوكرده وه چه ق (بريتيه له نزيكبوونه وه ي پيډراوه كان له به هايه كى رپوه وه چه قه ناوهند). وپيؤهره كانى په رتبون (بريتيه له دوور كه وتنه وه ي پيډراوه كان له به هايه كى رپوه وه چه ق كه ناوهند).

وانه كان

1. پيؤهره كانى رپوكرده وه چه ق.
2. پيؤهره كانى په رتبون.

الجمهورية العراقية  
وزارة التخطيط  
الجهاز المركزي للإحصاء  
مديرية الإحصاء السكاني

استمارات / س / ٤

### إستمارَة التعداد العام للسكان

المستطيلات المظلة خاصة بالجهاز المركزي للإحصاء فقط ولا يجوز الكتابة فيها  
تَمَلَأُ الحَقُولَ مِنَ ١ إِلَى ١١ مِنْ قَبْلِ العَدَادِ

١- اسم المحافظة :	٢- اسم القضاء :	٣- اسم الناحية :
٤- البلدة	٥- اسم الحي أو العلة أو المقاطعة	٦- اسم القرية
١ حضر ٢ ريف	رقم الحي أو العلة أو المقاطعة	رقم القرية
٧- رقم الحي أو العلة أو المقاطعة	٨- رقم الشارع أو الزقاق	٩- رقم السكن
١٠- تسلسل الأسرة في التعداد	١١- عدد الأسر والعدد النسبي	

ضع علامة ( X ) في المربع المناسب

١٣- ملكية الوحدة السكنية	١٤- حجم الوحدة السكنية المستأجرة	١٥- عدد الإيجار السنوي (بمئات)
قطاع خاص قطاع اشتراكي	١- الوحدة السكنية كلها ٢- غرفة واحدة	٣- غرفتين ٤- ثلاث غرف وأكثر
١- ملك ٢- إيجار ٣- أخرى	٤- إيجار ٥- أخرى	

تَمَلَأُ الحَقُولَ مِنَ (١٦-٢٦) لِكُلِّ اسرة تسكن وحدة سكنية مستقلة، وتَمَلَأُ للأسرة الأولى فقط إذا كانت الوحدة السكنية مشغولة بأكثر من اسرة

١٦- نوع الوحدة السكنية	١٧- نوع المادة المستخدمة في تشييد جدران الوحدة السكنية	١٨- العدد الكلي للغرف في الوحدة السكنية
١- دار ٢- شقة ٣- دار طين ٤- صريفة أو كوخ ٥- خيمة أو بيت شعر ٦- كرفان ٧- أخرى	١- طابوق ٢- حجر ٣- كتل (بلوك) ٤- كتل من البناء الجاهز ٥- طين أو لين ٦- أخرى	١٩- حمام مستقل ٢٠- مرافق مشتركة ٢١- حمام ومرافق مشتركة ٢٢- مطبخ
١- نعم ٢- لا	١- نعم ٢- لا	١- نعم ٢- لا

٢٣- هل الوحدة السكنية مجهزة بالكهرباء	٢٤- هل الوحدة السكنية مجهزة بالهاتف	٢٥- مصدر مياه الشرب للوحدة السكنية	٢٦- تصريف المياه للوحدة السكنية
١- نعم ٢- لا	١- نعم ٢- لا	١- اسالة ماء ٢- حنفية عامة ٣- بئر ارتوازية ٤- نهر أو ساقية ٥- أخرى	١- مجاري عامة ٢- خزان داخلي (سبتك تنك) ٣- أخرى

٢٧- يملأ لتزلاء وشاغلي الفنادق والأقسام الداخلية والمؤسسات الصحية ووحدات الإصلاح ودور العبادة وما شابه

١- فندق أو دار استراحة أو مجمع سياحي	٢- قسم داخلي	٣- دور الرعاية الاجتماعية	٤- مؤسسات صحية
٥- دور العبادة	٦- وحدات الإصلاح ومراكز الشرطة	٧- وحدات سكنية يشغلها أفراد	٨- أخرى

اسم المؤسسة .....

# پۆۋەرەكانى پوۋكردنە چەق

## Measures of central tendency

ۋانەى

1



بۇچى

لەتوانادايە پۆۋەرەكانى  
پوۋكردنە چەق لە شىكردنەۋەى  
چەندىن بارى ژيانى پۇژانە بەكارىيىت  
ۋەك ژمارەى ئەۋ خولەكانەى كە  
ۋىستگەكانى تەلەفزيۇن تەرخانى  
دەكەن بۇ پىكلام.

ئامانچەكان

- پۆۋەرەكانى پوۋكردنە چەق دەناسىت.
- ناۋەند وناۋەندى قورسكراۋ بۇ پىدراۋەكان وپىدراۋە خىركراۋەكان ھەژماردەكات.
- ناۋەراستە بۇ كۆمەللىك پىدراۋ ھەژماردەكات.
- باۋ بۇ پىدراۋەكان وپىدراۋە خىركراۋەكان ھەژماردەكات.

ئامارزانەكان چەندىن پۆۋەرى پوۋكردنە چەق بەكاردىنن لەم ۋانەيەدا ناۋەند وناۋەراستە و باۋ بۇ كۆمەللىك لە پىدراۋەكان فېردەبىت و فېرى چۆنىيەتى دۆزىنەۋەيان دەبىت.

Mean

ناۋەند

لەۋانەيە ناۋەند ۋەھەندىك جار پىدەوترىت ناۋەندى ژمىرەى بەربلاۋترىن پېۋر بىت لە پۆۋەرەكانى پوۋكردنە چەق وزياترىن بەكارھىنانى ھەبىت، كە پۇژانە بەكارىدىنن بۇ نمونە مامۇستا ناۋەندى ئەۋ نمرانە ھەژمىر دەكات كە خويىندكاران لەھەر تاقىكردنەۋەيەكدا دەستياندەكەۋىت، ئەم بەھايە بە پۆۋەرىك دادەننىت بۇ سەركەۋتنى لە گەياندىنى زانىارى و كارامەيىەكان.

دلىشاد 5 كراسى لە دوكانى جيا و بەنرخى جياكپى. كراسى يەكەمى بە 7.5 ھەزار دىنار و دوۋەمى بە 8 ھەزار دىنار و سىيەمى بە 7 ھەزار دىنار و چوارەمى بە 9 ھەزار دىنار و پىنجەمى بە 8.5 ھەزار دىنار كپى ئايا ناۋەندى نرخی كراسەكان چەندە؟

شىكار

بۇ ھەژماركردنى ناۋەندى نرخی كراسىك نرخی كراسەكان كۆدەكەنەۋە و سەرەجەمەكە دابەشى ژمارەى كراسەكان دەكەن ناۋەندى نرخی كراسىك برىتییە لە 8 ھەزار دىنار.

$$\frac{7.5+8+7+9+8.5}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

نمونە



## ناوهند Mean

ناوهندی کۆمەڵە بەھایەك وەك  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  كە ئەگەر لە جیاتی هەموو بەھاكان لە کۆمەڵەكە دابنرێن سەرجمی بەھاكانی کۆمەڵەكە ناگۆرێت. ناوهندی کۆمەڵەك بەھا بە پێگای کۆکردنەوی هەموو بەھاكان و دابەشکردنی سەرجمەكە بەسەر ژمارەى بەھاكان دەدۆزێتەوه.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

نمرەکانی شیرین لە هەندیک بابەتی خویندن بەم جۆرە بوو

زمانی کوردی	زمانی عەرەبی	زمانی ئینگلیزی	بیرکاری	میژوو	زانستەکان
80	72	76	81	65	64

ئایا ناوهندی نمرەکانی لەم بابەتانه چەندە؟

شیکار

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{80 + 72 + 76 + 81 + 65 + 64}{6} = \frac{438}{6} = 73$$

ناوهندی پلەکانی گەرمی لە هەفتەى رابردوو چەند بوو؟ ئەگەر پلەکانی گەرمی رۆژەکان بەم شێوەیە بووبن  $-1, 1, 0, -2, 4, 5, 7$

هەولبە

ژمارەى رۆژانی پشوو کارگەکان لە سالی رابردوودا بەم شێوەیە بوو:

مانگ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
رۆژەکان	6	4	3	4	2	5	3	4	5	2	3	4

ئایا ناوهندی ژمارەى رۆژەکانی پشوو لە هەر مانگیك چەند بوو؟

شیکار

$$\frac{6 + 4 + 3 + 4 + 2 + 5 + 3 + 4 + 5 + 2 + 3 + 4}{12} = \frac{45}{12} = 3.75$$

ناوهندی ژمارەى رۆژەکانی پشوو لەهەر مانگیكدا بریتی بوو لە 3.75 رۆژ.



هەولبە

سەردار بە ئۆتۆمبیلەكەى لە شارێك چوو بۆ شارێكی تر و لەهەر کاتژمێرێكی خایەنراوى گەشتەكەى خیراییەكەى بە نەگۆرێ هێشتەوه، خیراییەکانی بەم جۆرە بوون:

کاتژمێر	یەكەم	دووەم	سێیەم	چوارەم	پنجەم
خیرایی	80	100	106	93	121

پاش هەفتەیهك سەردار گەراپهوه بۆ شارى یەكەم و هەموو دووریەكەى بە خیراییەكی نەگۆر بێر گەشتی گەرانەوهش ئەوهندەى گەشتی چوون کاتی خایاند. ئایا خیراییەكەى لە گەرانەوهدا چەند بوو.

### ناوهندی قورسکراو

ئەگەر  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  چەند پېدراویکی دووبارە بوون و ئەگەر  $m_1$  دووبارە  $x_1$  و  $m_2$  دووبارە  $x_2$  و  $m_3, \dots, m_n$  دووبارە  $x_n$  بێت ئەوا ناهەندی قورسکراو پېدراوەکانی  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$

$$\bar{X}_0 = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

### Weighted mean

### ناوهندی قورسکراو

### پوونکردنەوه

ئەگەر تەمەنی خۆیندکارانی پۆلی دەیهەم بریتیه بێت له:

16, 15, 15, 14, 17, 15, 17, 14, 16, 14, 15, 17, 16, 15, 16, 14, 17, 15, 16, 15

ئەوا دەتوانین ناهەندی خۆیندکاران لەم پۆلهدا، وەك پېشتر فېربووين، بدۆزینەوه:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{15+16+15+17+14+16+15+16+17+15+14+16+14+17+15+17+14+15+15+16}{20} \\ &= \frac{309}{20} = 15.45 \end{aligned}$$

ناوهندی تەمەنی خۆیندکار لەم پۆلهدا بریتیه له 15.45 سال.

ئەگەر بەوردی له پېدراوەکان وردبنەوه، دەبینیت هەریهکیان له جاريك پتر دووبارە دەبێتەوه. ئەوتە تەمەنی 14 سالی 4 جار دووبارە دەبێتەوه، خستە خوارەوه ئەو بەهیانه پيشاندهدات كه له كۆمهلهی پېدراوەکاندا هاتوو و هەریهکیان چەند چەند جار دووبارە بووتەوه:

تەمەن	14	15	16	17
دووبارە	4	7	5	4

ئەم خستە پېدراوەتریخت خستە دووبارە بوونەوهی كۆمهلهی پېدراوەکان Frequency Table

ئەم خستە پېدراوەتریخت خستە دووبارە بوونەوهی كۆمهلهی پېدراوەکان ئەگەر  $14 + 14 + 14 + 14$  مان بە  $4 \times 14$  گۆری له هەژمێرکردنی ناهەندەكه ئەوا ئامانجه كه ناگۆرپت بەم جۆره دەتوانیت بنوسیت  $\bar{x} = \frac{(4 \times 14) + (7 \times 15) + (5 \times 16) + (4 \times 17)}{4 + 7 + 5 + 4} = \frac{309}{20} = 15.45$  دەلێین ناهەندی قورسکراوی 14، 15، 16، 17 مان هەژمێرکرد كه يهك له‌دوای يهك به 4، 5، 7، 4. قورسکراون.

لێژنەى هەلسەنگاندن له قیستی‌فالیکی سینەمایى فیلمی هەلسەنگاند و ژماره‌یهك ئەستیره به هەر فیلمیک به‌خشی خستە خوارەوه ئەنجامه‌کانی هەلسەنگاندن نیشاندەدات.

هەلسەنگاندنی فیلمه‌کان					
هەلسەنگاندن	****	***	**	*	بى ئەستیره
ژماره‌ی فیلم	8	12	7	2	1



ئایا ناهەندی هەلسەنگاندنی هەر فیلمیک چەندە؟

شیکار

هەر فیلمیک 2.8 ئەستیره وەرگرت وەك ناهەند، ناهەندی

هەلسەنگاندنی هەر فیلمیک 2.8 ئەستیره بوو.

$$\bar{x} = \frac{(8 \times 4) + (12 \times 3) + (7 \times 2) + (2 \times 1) + (1 \times 0)}{8 + 12 + 7 + 2 + 1} = \frac{84}{30} = 2.8$$

دریژی خویندکارانی پۆلی دەیەم بریتییە لە:  
178، 160، 153، 160، 187، 182، 153، 160، 156، 160 ناوەندی دریژی خویندکارانی پۆلی  
دەیەم چەندە؟

بەرەنگاری

نمرەکانی نەسرین لە ھەریەک لە وەرزەکانی یەکەم و دووھمی خویندن بەم شیوھییە بوو:  
وهرزی یەكەم: 65، 80، 70، 50، 50، 70، 50، 70، 80، 70، 80.  
وهرزی دووهم: 67، 86، 72، 60، 60، 86، 72، 80، 60، 74، 86.  
خشتەییەکی دووبارەبوونەووە بۆ نمرەکانی نەسرین لە وەرزی یەکەم دروستبکە و بەکاربھێنە بۆ  
ھەژمێرکردنی ناوەندی نمرەکانی لە وەرزەدا پاشان خشتەییەکی دووبارەبوونەووە بۆ نمرەکانی  
نەسرین لە وەرزی دووھم دروستبکە و بەکاری بھێنە بۆ ئەژمێرکردنی ناوەندی نمرەکانی لە  
وەرزەدا. چۆن ناوەندی نمرەکانی نەسرین دەدۆزیتەووە لە سألەكە بەگشتی؟ ئەم ناوەندە بدۆزەرەووە؟

ناوەندی قورسکراو بۆ پیدراوھ کوکراوھکان Weighted mean for grouped data

143 مامۆستا بەشداربوون لە خولگی پەرورەیی لە ھۆک، وەزارەتی پەرورە داوای لە  
بەرپۆلەبەری خولەكە کرد توێژینەوھییەکی ئامارگەری ئامادەبكات دەربارە تەمەنی  
بەشداربووانی خولەكە. بۆ نووسینی راپۆرتەكە لەلایەن بەرپۆلەبەر ئەم ھەنگاوانەیی ئەنجامدا.

1. نووسینی ناوی مامۆستاكان و تەمەنەكانیان و ھاوپیچکردنی لەگەڵ تەمەنی بچووكترين  
مامۆستا و گەورەترین مامۆستا و ناوەندی تەمەنەكانیان ھاوپیچی راپۆرتەكەیی بكات  
بەلام خویندەوھیی ئەم راپۆرتە ئاسان نییە و بیروكەییەك دەربارە دابەشبوونی  
مامۆستاكان بەپێی تەمەنەكانیان پێشكەش ناكات.

2. دروستکردنی خشتەییەکی دووبارەبوونەوھیی تەمەنەكانی مامۆستاكان ھاوپیچکردنی  
لەگەڵ تەمەنی بچووكترين مامۆستا و گەورەترین مامۆستا و ناوەندی تەمەنەكانیان بەلام  
ستوونەكانی خشتەكە زۆر دەبن (39 ستوون بەناوی 20، 21، ...، 57، 58).

3. رېكخستنی تەمەنەكان لەچەند چەشنك مەودای ھەریەكیكان 5 سأل بێت و دروستکردنی  
خشتەییەك بەم چەشنانە و ژمارەیی مامۆستایان لەھەر چەشنك.

بەرپۆلەبەرەكە رېگای سېیەمی ھەلبژارد و ئەم خشتەییە ھەناردە وەزارەت:

چەشن	[20, 25[	[25, 30[	[30, 35[	[35, 40[	[40, 45[	[45, 50[	[50, 55[	[55, 60[
ژمارە	12	23	25	36	24	12	9	2

ئەم زانیاریانەش ھاویچ بوون:  
 بچووکتەرین تەمەن: 20 ساڵ گەورەترین تەمەن: 58 ساڵ ناوەندی تەمەن: 36.66 ساڵ  
 ئایا بەرپۆبەرەکه چۆن ناوەندی تەمەنەکانی دۆزییەوه؟  
 دۆزینەوهی ناوەندەکه پیدراوهکان لەچەند چەشنیکدا پیکخابن بەم شیۆهیه دەبیت:

1. دیارکردنی چەقی ھەر چەشنیک که بریتییه لە ناوەندی لایەکانی.
  2. لیکدانی چەقی ھەرچەشنیک لە ژمارە دانەکان لە چەشنەکه.
  3. کوکردنەوهی ئەنجامەکانی ھەموو لیکدانەکان لە لایەک و ژمارە دانەکانی ھەموو چەشنەکان لە لایەکی تر.
  4. دابەشکردنی سەرچەمی یەکەم بەسەر سەرچەمی دووھم.
- خشتەیی خوارەوه پوختەیی ئەم ھەنگاوانە دەخاتە روو:

دوو بارەبوونەوه (ژمارە دانەکان)	چەقی چەشن	دوو بارەبوونەوه (ژمارە دانەکان)	چەشنەکان
270	22.5	12	[20, 25[
632.5	27.5	23	[25, 30[
812.5	32.5	25	[30, 35[
1350	37.5	36	[35, 40[
1020	42.5	24	[40, 45[
570	47.5	12	[45, 50[
472.5	52.5	9	[50, 55[
115	57.5	2	[55, 60[
5242.5		143	سەرچەم

### ئاگاداریه!

چەشتی [20, 25[ ئەو تەمەنانە دەگریتەوه که بچووکتەرییە لێ 20 و بچووکتەری لێ 25

تیپینی دەتوانین (0,10] بەکاربەینین لە جیاتیی [0,10] وە ھەر وەھا.....

بەرەنگاری مانای 0.66 ساڵ چی دەگەینیت؟

مامۆستایەکی بیرکاری لە زانکۆی سەلاحەدین ئەنجامی تاقیکردنەوهیەکی خویندکارەکانی لەم خشتەیدا پوختەکرد:

چەشنەکان	[0, 10[	[10, 20[	[20, 30[	[30, 40[	[40, 50[	[50, 60[	[60, 70[	[70, 80[	[80, 90[	[90, 100[
دوو بارە	2	3	4	5	7	11	11	12	4	1

ئایا ناوەندی نمرەکان چەندە؟

5

### نوونه

چەشنەکان	دوو بارە بوونەوہ (ژمارە ی وانەکان)	چەقی چەشن	دوو بارە × چەقی چەشن
[0, 10[	2	5	10
[10, 20[	3	15	45
[20, 30[	4	25	100
[30, 40[	5	35	175
[40, 50[	7	45	315
[50, 60[	11	55	605
[60, 70[	11	65	715
[70, 80[	12	75	900
[80, 90[	4	85	34
[90, 100]	1	95	95
سەرچەم	60		3300

ناوەندی نمرەکانی خۆیندکارەکان:  $\bar{x} = \frac{3300}{60} = 55$

هەولبەدە ناوەندی پێدراوەکانی ئەم خشتە یە بدۆزەرەوہ:

چەشنەکان	[0, 10[	[10, 20[	[20, 30[	[30, 40[	[40, 50[	[50, 60[	[60, 70[
دوو بارە	2	3	4	5	7	11	11

Median

ناوەراستە

6 **نموونه** له نمایشی تیبە وەرزشییەکان راپهینەری تیبی بەرزکردنەوہی قورسایى ویستی کۆتریک لە بەردەم پێگەى سلاو هەلبەدات ئەندامانى تیبەکە بەپێى درێژیەکانیان پێکخرا بوون راپهینەرەکە بریاریدا یاریزانی ناوەراست کۆترەکە هەلبەدات. بەپێى پێدراوەکانی ئەم خشتە یە کۆترەکە هەلبەدات؟

ناو	رزگار	تۆما	مەحمود	دارا	سرود	عبدالله	شیرزاد
ناو درێژی (cm)	154	177	165	149	180	172	159

شیکار

پێویستە خشتەکە بەجۆریک ریکبخەینەوہ کە هاو تا بێت لەگەڵ ریکخستنی یاریزانەکان لە نمایشەکەدا یاریزانەکان بەپێى درێژی ریکخرا بوون لە درێژترینیان تا کورتترین:

ناو	سرود	تۆما	عبدالله	مەحمود	شیرزاد	رزگار	دارا
ناو درێژی (cm)	180	177	172	165	159	154	149

مەحمود دەکەوێتە ناوەراست چونکە ژمارە ئەندامەکانی تیبەکە کە کەوتوونەتە پێشی یەکسانە بە ژمارەى ئەندامانى تیبەکە کەوتوونەتە دواى کەواتە مەحمود کۆترەکە هەلبەدات.

له نمونەى پېشودا دەلّين مەحمود ناوەرپاستەى Median تىپەكەيه. به شيوههكى گشتى ناوەرپاستەى كۆمەلّيك بهها ئەو بههايهه كه پاش ريكخستنى كۆمەلّەكه دهكات به دوو بهشى يەكسان له ژمارهى دانەكاندا ئەگەر ژمارهى دانەكان تاك بىت ئەوا ناوەرپاسته برىتتیه لهو بههايهه كه وتوووته ناوەرپاسته ئەگەر ژمارهى دانەكان جووت بىت ئەوا ناوەرپاسته برىتتیه له ناوهندى ئەو دوو بههايهه دهكهونه ناوەرپاست.

نمرهكانى خویندكارانى بۆلى دهيهم له تاقىكردنهوهى بىركارىدا بهم شيوهه بوو:  
77, 85, 35, 69, 82, 49, 66, 74, 57, 32, 65

شيكار 32, 35, 49, 57, 65, 66, 69, 74, 77, 82, 85

به ريكخستنى نمرهكان دهستپدەكهين له بچووكترينهوه بۆگه ورتترين ريزيان دهكهين له بهرئوهوه ژمارهى بههاكان تاكه كهواته ناوەرپاسته ئەو بههايهه كه دهكهوئته ناوەرپاست واته برىتتیه له 66

ئازاد ههستا به دۆزینهوهى ناوەرپاستهى ئەم بههايانه: 37, 21, 59, 43, 60 و 59 ی دهرهئنا ئايا ئەنجامهكهى ئازاد راسته يان ههلهيه؟ ههلهكهى ئازاد راقه بكه ئەگەر ههيه.

## نمونه

## به رنگارى

### Mode

### باو (مۆد)

پيلاو فرپوشيك فرپوشتنهكانى له مانگى رابردوو لهخشتهى پيوانهكاندا نووسى كه پيوانهى 41 زۆرتتر فرپوشراوه بهوه دهلّين باو بۆ كۆمەلّەى پيادراوهكان دهربارهى ئەو پيلاوانهى كه فرپوشيارهكه له مانگى رابردودا فرپوشتووئيهتى باو Mode بۆ كۆمەلّەى پيادراو برىتتیه لهو پيادراوهى كه پتر له

44	43	42	41	40	39	38	37	36	پيوانه
8	12	44	45	41	26	5	3	1	ژماره

پيادراوهكانى تر دووباره دهبيتهوه لهوانهيه كۆمەلّەى بهها باويان نهبيت ههروهها لهوانه له باويك پتر يان ههبيت.

دارا راپرسيهكى له نيوان خویندكارانى پۆلهكهى ئەنجامدا دهربارهى رهنكى پهسندكراويان و ئەنجامهكهى لهم خشتهيهدا ريكخست: ئايا باو بۆ ئەم كۆمەلّە پيادراوانه چيهه؟

سپى	رەش	قاوهيى	سەوز	شين	زەرد	سوور	رەنگ
1	6	10	8	10	3	8	ژماره

### شيكار

دهبينين ههردوو رهنكى شين و قاوهيى زياتر پهسندكراون لهلايهن خویندكارانى پۆلهكهدا واته دوو باو لهو كۆمەلّە پيادراوهدا ههيه برىتتین له رهنكى شين و رهنكى قاوهيى.

## نمونه

## نمونہ

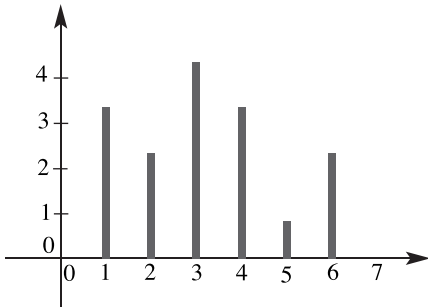
9 پلہی گہرمی لہہفتہی یہکمی مانگی شووبات لہ ہولیر بہم شیوہیہ بوو 3, -1, 0, 2, -2, 4, 6 باوی  
نہم بہہایانہ چییہ؟

شیکار

باو بو نہم پیڈراوانہ نییہ، چونکہ دووبارہبوونہوی تیدا نییہ.

## بہرہنگاری

باو چییہ لہم کوملہ پیڈراوی بہم ستونہ  
روونکردهوہییانہ نوینراون؟



## Mode for grouped data

## باو بو پیڈراوہ کوکراوہکان

بہ گہرانہوہ بو نہو خشتہیہی بہرپوہبہری خولی ماموستایان لہ دھوک ہناردی

چہشنی تمہن	[20, 25[	[25, 30[	[30, 35[	[35, 40[	[40, 45[	[45, 50[	[50, 55[	[55, 60[
ژمارہی ماموستا	12	23	25	36	24	12	9	2

دہتوانین قسہ دہریارہی چہشنی باو بکہین کہ بہ ئاسانترین شیوہ بریتیہ لہو چہشنی  
گہورہترین دووبارہی ہہیہ، چہشنی باو بو تمہنہکانی بہشداربووان بریتیہ لہ  
چہشنی [35, 40[.

چہشنی باو بو نہم پیڈراوہ خرکراوانہ چییہ؟

چہشن	[8, 15[	[15, 22[	[22, 29[	[29, 36[	[36, 43[
ژمارہ	2	8	4	5	1

شیکار

چہشنی باو بریتیہ لہ [15, 22[ چونکہ گہورہترین دووبارہی ہہیہ.

## نمونہ

## راہینان

### بہردہوامبوون لہ بیر کاریدا

- 1 کام پیوہر دیاریکردنی ئاسانترہ: ناوہند یان ناوہراستہ یان باو؟ کامیان دیاریکردنی قورسترہ؟ روونیکہرہوہ.
- 2 گرمیان گہورہترین و بچووکترین بہہات لہ کوملہ بہہایہک لادا، ئایا ناوہراستہ دہگورپت؟ ئایا ناوہند دہگورپت؟ روونیکہرہوہ.
- 3 لہہرسی پیوہری، ناوہند و ناوہراستہ و باو، کامہیان چاکتر نہو نمرانہ دہنوینت کہ خویندکارانی پولی دہبہم بہدہستیانہیناوہ: 85, 83, 80, 88, 21, 79, 12, 90 روونیکہرہوہ

## راھىنانى ئاراستە كراو

ناوھند و ناوھراستە و باو بۇ ھەر كۆمەلە پىدراويك بدۆزەرەوھ:

4 {55, 90, 83, 70, 65, 77, 50}

5 {8, 7, 6, 6, 6, 4, 4, 2}

6 {26, 22, 18, 14, 10}

7 ژمارەى كاتژمىرەكانى ئىشكردى دە كرېكار لە كارگەيەكدا بەم شېوھە بوو: 36, 40, 34,

38, 33, 0, 40, 32, 35, 37.

ا ناوھند و ناوھراستە و باو، بۇ ئەم پىدراوانە بدۆزەرەوھ.

ب كام لەم سى پېوھرە بەچاكتىن شېوھ ژمارەى كاتژمىرەكانى ئىشكردى نمونەيى

دەنوئىت؟ روونبەكەرەوھ.

8 ناوھندى قورسكراو بۇ كرېى رۆژانە بدۆزەرەوھ كە بەم خستەيە نوئىراوھ.

10	9	8	7	6	5	كرېى بە ھەزاران دىنار
7	5	8	10	6	4	ژمارەى كرېكاران

9 ناوھند و چەشنى باو بۇ ئەم پىدراوھ كۆكراوانە بدۆزەرەوھ.

[50, 55[	[45, 50[	[40, 45[	[35, 40[	[30, 35[	چەشنى
4	7	10	3	6	ژمارە

## راھىنان و جىيە جىكردىن

ناوھند و ناوھراستە و باو، بۇ ھەر كۆمەلە پىدراويك بدۆزەرەوھ.

10 {20, 31, 45, 28, 7, 5, 12, 28}

11 {78, 32, 45, 10, 15, 13, 10, 32}

12 {17, 5, 10, 12, 7, 9, 5, 12, 4}

13 {83, 44, 67, 39, 58, 63, 82, 76}

14 ژمارەى قوتابيانى نەھاتوو لە رۆژانى رابردوو بەم شېوھە بوو: 1, 0, 3, 4, 1, 0, 2, 0, 3,

4, 1, 3, 1, 4, 0, 2, 1, 0, 2, 1, 4, 3, 1, 4, 0, 3, 1, 2, 2, 2, 1, 3, 4, 0, 2, 1, 3, 4, 0, 2, 1, 1, 3, 1, 1, 2

دووبارە رېكبخە پاشان ناوھندى قورسكراو و ناوھراستە و باو بدۆزەرەوھ.

15 ئەم پىدراوانە ژمارەى ئەو ميلانە دەنوئىن كە ھەندىك ئۆتۆمبېل بە گالۇنىك سوتەمەنى

دەيپىن: 30, 21, 18, 19, 23, 24, 26, 32, 30, 22, 12, 15, 21, 28, 27, 18, 16, 19,

23, 29, 24, 25, 16. ئەم پىدراوانە لە خستەيەكى چەشەكانى دووباروونەوھى كۆكراوھ،

پاشان ناوھند و چەشنى باو بدۆزەرەوھ.



**16** ئامپىرېك خوارىنەو تېدەكاته ناو پەرداخ پېويستە 8 ئۆنسە بكاته ناو ھەر پەرداخېك، ئەو كۆمپانىيەى ئەو ئامپىرە دروستدەكات بېرى تېكپراى 40 پەرداخى پېوا، كە بە ئامپىرەكە تېكراپوون بۆ دۇنياپوون لە دروستى كاركردى ئەم ئامپىرە. ئەنجامەكانى ئەم تاقىكرىنەوئەيە بەم شېوئەيە بوو:

8.0	8.0	7.6	7.9	8.0	7.8	8.0	7.6	7.9	7.8
8.0	7.6	7.9	8.2	8.0	7.8	7.9	7.8	7.9	7.5
8.2	8.0	7.8	7.8	8.0	7.5	7.9	8.1	8.1	7.6
8.2	8.0	7.8	7.8	8.0	7.5	7.9	8.1	8.1	7.9

ا ناوئند و ناوئراستە و باو، بۆ ئەم پېدراوانە بدۆزەو و ھەرسى پېوانە بەراوردېكە.  
ب بەپراى تۆ وتەى كۆمپانىياكە كە ئامپىرەكە نىكەى 8 ئۆنس لەھەر پەرداخېك دەكات، راستە؟

**17** نمرەكانى سەردار لە تاقىكرىنەوئەكانى پېشوو برىتېيە لە 86، 72، 85، 90 ناوئندى نمرەكانى تا ئىستا چەندە؟ كەمترىن نمرە كە پېويستە لە تاقىكرىنەوئەى داھاتوویدا وەرىبگرېت بۆ ئەوئەى ناوئندى نوئى نمرەكانى لە 80 كەمتر نەبېت؟

**18** خىشتەى خواروئە رېژەى سەدى دابەشكردى ھىزى كار نىشانئەدات بەپېى تەمەن لە يەكېك لە وئاتەكاندا.

تەمەن	1979	1992	2005
[16, 25]	24%	16%	16%
[25, 35]	27%	28%	21%
[35, 45]	19%	27%	25%
[45, 55]	16%	18%	24%
[55, 65]	14%	12%	14%

ا خىشتەيەك بۆ ھەر سالىكدا رېكېخە.  
ب ناوئندى تەمەنى ھىزى كار لەھەر سالىك بدۆزەو.  
ج بەراورد لەنېوان ھەرسى ناوئند بكە، چ دەرنجامېكت دەستدەكەوئت.

## روانين بۆ دوآوہ

**19** زانا 3 جارى يەك لەدواى يەك پارچە دراوېكى كانزايى ھەلدا ھىلكارىيەكى درەخت دروستبەكە بۆ نىشانئەدى ئەنجامە جۆراوجۆرەكانى لەتوانادايە ئەگەرى دەرکەوتنى ھەمان روو چىيە لە ھەرسى جاردا؟

## روانين بۆ پېشەوہ

**20** زانا 3 جار يەك لەدواى يەك پارچە دراوېكى كانزايى ھەلدا، ھىلكارىيەكى درەخت دروستبەكە بۆ نىشانئەدى ئەنجامە جۆراوجۆرەكانى لە توانادايە ئەگەرى دەرکەوتنى شېر دووجار چىيە ئەگەر جارى يەكەم شېر دەرکەوتبېت؟

# پيؤره كاني پهرتبيون

## Measures of dispersion

وانه‌ی

2



بۆجی

دهتوانیت پیؤره‌کانی پهرتبیون به‌کاربهیتیت بۆ به‌راوردکردن له نیوان دوو کۆمه‌له پیدراو وه‌ک هینده‌کانی بارانی باریو له دوو شاردا.

ئامانجه‌کان

- پیؤره‌کانی پهرتبیون وه‌ک مه‌وداو لادانی ناوه‌ندی و لیکنه‌چوون و لادانی پیوانه‌یی و هه‌ژمارده‌کات و به‌کاریانده‌هینیت.

### Concept of Dispersion

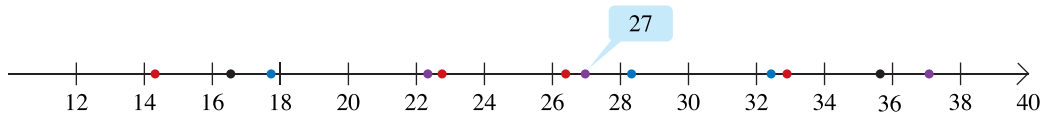
### چه‌مکی پهرتبیون

ناوه‌ندی پله‌کانی گهرمی شاری جه‌دده	
23.32	کانوونی دووهم
23.77	شوبات
25.8	ئادار
28.08	نیسان
30.51	ئایار
31.25	حوزه‌یران
32.7	ته‌موز
32.25	ئاب
31.27	ته‌یلول
30.1	تشرینی یه‌که‌م
28.2	تشرینی دووهم
24.9	کانوونی یه‌که‌م

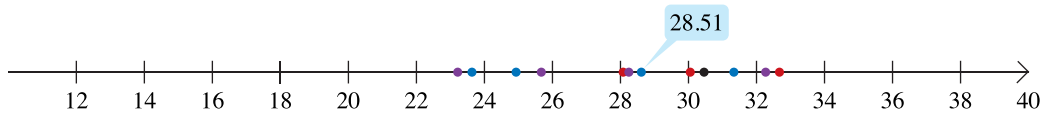
ناوه‌ندی پله‌کانی گهرمی شاری ریاژ	
16.63	کانوونی دووهم
17.8	شوبات
22.94	ئادار
26.37	نیسان
32.61	ئایار
35.62	حوزه‌یران
37.06	ته‌موز
36.81	ئاب
33.06	ته‌یلول
28.34	تشرینی یه‌که‌م
22.5	تشرینی دووهم
14.35	کانوونی یه‌که‌م

ئه‌و دوو خشته‌ی به‌رامبه‌ر ناوه‌ندی پله‌کانی گهرمی له ماوه‌ی 12 مانگ له هه‌ردوو شاری ریاژ و جه‌دده پیشانده‌دات. ناوه‌ندی به‌هاکانی خشته‌ی یه‌که‌می ده‌گاته 27 له کاتی‌کدا ناوه‌ندی به‌هاکانی خشته‌ی دووهم ده‌گاته 28،51 ئه‌گه‌ر به‌هاکانی هه‌ردوو نه‌خشه له‌سه‌ر راسته‌هیللی ژماره‌کان بنوینین ده‌بینین:

### جیبه‌جیکردنه‌کان



نواندنی پیدراوهکانی خشته یه کهم له سهر راسته هیلی ژماره کان



نواندنی پیدراوهکانی خشته ی دووم له سهر راسته هیلی ژماره کان.

سهرنجبده که ناوهندی خشته ی دووم (28.51) کۆمهله ی به هاکانی دهرده برپیت چونکه به هاکان له ناوهنده نزیکن به لام ناوهندی خشته ی یه کهم 27 کۆمهله ی به هاکان دهرنا برپیت تنها یه کهمی نه بییت چونکه زۆربه ی به هاکان دوورن له ناوهنده که بۆیه ده لپین که کۆمهله ی به هاکانی خشته ی یه کهم په رتترن له به هاکانی خشته ی دووم.

### Measures of Dispersion

### په رهکانی په رتبوون

ئامارناسان ژماره یه که له په رهکان به کاردینن بۆ په یوانی مه وای په رتبوونی کۆمهله ی به ها. مه ودا **Range** مه ودا بریتییه له جیاوازی نیوان گه وره ترین و بچووکترین به ها له کۆمهله که دا.

مه ودا = گه وره ترین به ها - بچووکترین به ها

ئایا مه ودا په رتبوونی کۆمهله ی به ها دهرده برپیت؟

بیری په خنه گر

لادانی ناوهندی **Mean Deviation**: بریتییه له ناوهندی لادانی یان دوورکه وتنه وه ی به هاکانی کۆمهله ی به ها له ناوهنده که یان بۆ هه ژمیرکردنی لادانی ناوهندی کۆمهله ی به ها  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  له به ها لادانی هه ر یه کیکیان له ناوهندی  $\bar{x}$  هه ژمیرده که یان، واته  $|x_1 - \bar{x}| \dots |x_2 - \bar{x}| \dots |x_n - \bar{x}|$  پاشان ناوهندی ئه م لادانانه هه ژمیرده که یان.

$$\frac{1}{n} (|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|) = \text{لادانی ناوهندی}$$

بۆچی ئامار ناسه کان بری  $|x_k - \bar{x}|$  به کاردینن بۆ هه ژمارکردنی لادانی به های  $x_k$  له ناوهندی  $\bar{x}$  و  $x_k - \bar{x}$  به کارناهیین؟

بیری په خنه گر

يەككە لە كۆمپانیاكانى بەرھەمھێنانى تايەى ئۆتۆمبىل 5 تاقىکردنەوى لەسەر دوو جوړه تايە کرد و ژمارەى ئەو كیلۆمەترانەى تۆمارکرد كە تايەكان كاریان کردوو پيش ئەوى لەكاركەون خشتەى خواروو ئەنجامەكانى ئەم تاقىکردنەوانە نیشانەدەن بە ھزاران كیلۆمەتر.

54	50	37	43	66	تايەى 1
52	48	47	49	54	تايەى 2

أ مهودا و لادانى ناوەندى بۆ ژمارەى كیلۆمەترەكانى ھەر جوړه تايەىك ھەژمىرکە.

ب ئەم پيۆەرانه چى نیشانەدەن دەربارەى ھەر جوړىك لە تايەكان، راقەى بكە.

شيكار

أ

تايەى 1

مهودا:  $66 - 37 = 29$

واته  $29000 \text{ km}$  بۆ ھەژمارکردنى لادانى

ناوەندى، بە ھەژمارکردنى ناوەند

دەستپیکە:

$$\bar{x} = \frac{54 + 50 + 37 + 43 + 66}{5} = 50$$

پاشان لادانى ھەر بەھايەك لە ناوەندەكە ھەژماربکە، بۆ ئەمە ئەم خشتەىە دروستبکە.

$ \bar{x} - x_k $	$x_k$
16	66
7	43
13	37
0	50
4	54

پاشان ناوەندى لادانەكە ھەژماربکە ئەمەت

دەستدەكە ویت:

$$\frac{16+7+13+0+4}{5} = 8 = \text{لادانى ناوەندى}$$

واته  $8000 \text{ km}$

تايەى 2

مهودا:  $54 - 47 = 7$

واته  $7000 \text{ km}$  بۆ ھەژمارکردنى لادانى

ناوەندى بە ھەژمارکردنى ناوەند

دەستپیکە:

$$\bar{x} = \frac{52 + 48 + 47 + 49 + 54}{5} = 50$$

پاشان لادانى ھەر بەھايەك لە ناوەندەكە ھەژماربکە، بۆ ئەمە ئەم خشتەىە دروستبکە.

$ \bar{x} - x_k $	$x_k$
4	54
1	49
3	47
2	48
2	52

پاشان ناوەندى لادانەكە ھەژماربکە ئەمەت

دەستدەكە ویت:

$$\frac{4+1+3+2+2}{5} = 2.4 = \text{لادانى ناوەندى}$$

واته  $2400 \text{ km}$

ب سەرنجبدە كە لادانى ناوەندى تايەى 2 كەمترە لە لادانى ناوەندى تايەى 1، ئەمەش رېگات

پيۆەدات بلييت كە ناوەندى پيۆەراوەكانى تايەى 2 بە متمانەترە بەم جوړه خەملاندنى ئەو

دووربىيەى تايەى 2 دەببېرپت پيش لەكاركەوتن بە متمانەترە.

هەولبەدە مهودا و لادانى ناوەندى پيۆەراوەكانى تايەى 3 ھەژماربکە بەراوردبکە لەگەڵ بۆشايى پيۆەرەكانى ھەردوو تايەى پيۆشو.

35	49	50	52	64	تايەى 3
----	----	----	----	----	---------

## خالی جاودیڙی ✓

تایا دهی دوو کۆمهله پیدراو ههمان مهودا و ههمان لادانی ناوهندییان هه بیئت؟  
 هوئی وهلامهکته به هیئانهوهی نمونهیهک بیئت.  
 لیکنهچوون و لادانی پیوانهیی: بریتیین له دوو پیوهری پهرتبوون بو بهراوردکردنی پیدراوهکان و شیکردنهوهیان بهکار دین.

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \left( (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \right) \text{ Variance لیکنهچوون}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \text{ Stantard Deviation لادانی پیوانهیی}$$

## نموونه

2 لادانی پیوانهیی دوریههکانی دوو تایهی نمونهی پیشوو بدۆزهوه:  
 شیکار

### تایهی 2

خشتهی خوارهوه دروست بکه بو ریکخستنی  
 ئهوهی ههژماری دهکهیت:

$$\bar{x} = \frac{52+48+47+49+54}{5} = 50$$

$x_k$	$x_k - \bar{x}$	$(x_k - \bar{x})^2$
54	4	16
49	-1	1
47	-3	9
48	-2	4
52	2	4
سهرجهه	0	34

$$\sigma^2 = \frac{34}{5} = 6.8 \text{ لیکنهچوون}$$

لادانی پیوانهیی:  $\sigma = 2.6$  بهواتای 2600km

### تایهی 1

خشتهی خوارهوه دروست بکه بو ریکخستنی  
 ئهوهی ههژماری دهکهیت:

$$\bar{x} = \frac{54+50+37+43+66}{5} = 50$$

$x_k$	$(x_k - \bar{x})$	$(x_k - \bar{x})^2$
66	16	256
43	-7	49
37	-13	169
50	0	0
54	4	16
سهرجهه	0	490

$$\sigma^2 = \frac{490}{5} = 98 \text{ لیکنهچوون}$$

لادانی پیوانهیی:  $\sigma = 9.9$  بهواتای 9900km

ئهم ئههجامانه جهخت لهو دهرههجامانه دهکاتهوه که له نمونهی پیشوو پیگههشتیت وتییدا لادانی پیوانهیی تایهی 2 کهمتره له لادانی پیوانهیی تایهی 1.

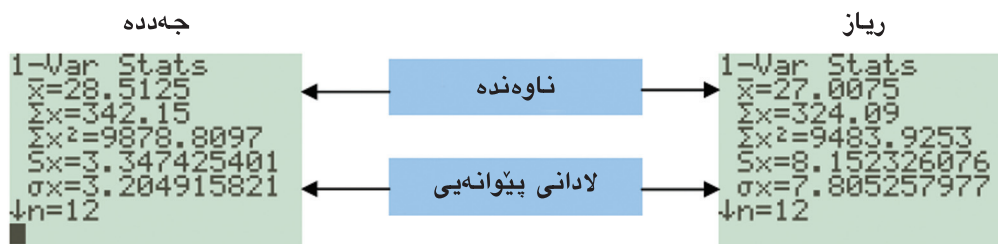
ههولبده لادانی پیوانهیی تایهی 3 چهنده؟

## خالی جاودیڙی ✓

ئهگهر لادانی پیوانهیی تایهی چوارهه بریتی بیئت له 1500 km تایا دهتوانیت چی بلییت دهربارهی  
 ئهم تایهیه بهگویرهی ههر دوو تایهی 1 و 2.

بە بۆچوونی تۆ کام پێوەر پتر بەکار دێت: لیکنهچوون یان لادانی پێوانهیی؟ بۆچی؟ بەگەرانهوه بۆ تیکراکانی پلهکانی گەرمی لە هەردوو شاری ریاز و جەددە، خستەیی خوارهوه پێوهرهکانی پەرتبوونی تیکراکانی پلهکانی گەرمی لەم دوو شارە نیشاندەدات.

پێوەر	ریاز	جەددە
مەودا	22.71	9.38
لادانی ناوهندی	6.91	2.83
لیکنهچوون	60.92	10.27
لادانی پێوانهیی	7.81	3.20



بەم جوۆرە دەبینین کە پەرتبوونی تیکراکانی پلهی گەرمی لە جەددە کەمترە لەوهی لە ریاز، چونکە لادانی پێوانهیی بۆ شاری یەکەم کەمترە لە لادانی پێوانهیی بۆ شاری دووهم.

## راھێنان

### بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

- 1 راقەبکە بۆچی ھەریەک لە لادانی ناوهندی و لادانی پێوانهیی ژمارهیهکی سالب نین؟
- 2 پەيوهندی نۆوان لیکنهچوون و لادانی پێوانهیی راقەبکە ئایا لادانی پێوانهیی بەردەوام لە لیکنهچوون کەمترە؟
- 3 راقەبکە بۆچی ھەریەک لە لادانی ناوهندی و لادانی پێوانهیی پەرتبوون دەردەبریت زیاتر لە مەودا؟

### راھێنانی ئاراستە کراو

ھاوار	ھێمن
98	81
68	84
99	88
59	82
96	85

- 4 پەروەردە و فیژکردن خستەیی بەرامبەر نمرهکانی دوو خویندکار لە 5 تاقیکردنەویدا نیشاندەدات، مەودا و لادانی ناوهندی نمرهکانی ھەریەک لە دوو خویندکارە کە ھەژماربکە و ئاماژکاری ئەم پێوهراوە راقەبکە.
- 5 لادانی پێوانهیی نمرهکانی ھەریەک لە دوو خویندکارە کە بدۆزەو.

جیبەجیژکردنەکان

## راھتىن و جىبە جىكردن

مەودا و لادانى ناوھندى بدۆزەوہ.

- 6 8: 10: 3: 9: 10
- 7 1: 2: 4: 2: 6
- 8 31: 103: 34: 98: 107: 32
- 9 32: 23: 68: 74: 26: 93
- 10 32: 23: 68: 74: 26: 93
- 11 11.1: 14.2: 8.4: 12.2: 15.2: 10.9
- 12 -1.22: 4.53: -2.42: 2.33: 4.66
- 13 8.72: 7.43: -2.92: -3.56: 5.78

لىكنەچوون و لادانى پىۋانەيى بدۆزەوہ

- 14 9: 10: 10: 8: 7: 11: 12: 9
- 15 8.1: 10.3: 3.4: 9.8: 10.7
- 16 -3: 2: -5: 4: -2: 8: 9: -1
- 17 2: 4: -8: 8: 7: -2: -4: 3: 7

لادانى ناوھندى و لادانى پىۋانەيى بدۆزەوہ كام لەم دوو پىۋەرە كارىگەرى بەھاي پەرگى كەمتر بەسەرەوہ دىاردەكەويٹ؟

- 18 20: 30: 40: 500
- 19 0: 500: 510: 520
- 20 دوو كۆمەلە بەھا بنووسە ھەمان مەودايان ھەبىت لە كاتىكدا لادانە پىۋانەيىھەكانيان جىاوازبىت.

21 ئايا دەبىت لادانى پىۋانەيى كۆمەلە بەھايەك يەكسان بىت بە سفر؟ ئەگەر ئەوہ بىت، مەرجهكانى ھاتنەدى ئەم بارە دىاربكە نمونەيەك لە راقەكردنت بەكاربىنە.

بەرەنگارى

22 راپرسى داوا لە 30 كەس كرا بۆچوونيان دەربارەى جۆرىك ساردەمەنى دەرېپن لە پىگاي دانانى نمرە لە 1 تا 10 مەودا و لادانى ناوھندى و لادانى پىۋانەيى ئەنجامەكانى راپرسىيەكە كە لە خىشتەى بەرامبەردا پىشاندراروہ بدۆزەوہ.

بەستەوہ

10	8	6	9	7	5
8	7	9	8	8	7
8	6	9	7	8	10
10	10	8	9	10	8
9	7	7	8	9	7

ۋەرزى خىشتەى خواروہ ژمارە پىۋانەيىھەكان (بە خولەك و چركە و بەشەكان لەسەدى چركە) پىشاندەدات بۆ پىاوان و ئافرەتان لە خلىسكىڭىنى سەر سەھۆل، لە ژمارەيەك لە خولەكانى يارىيەكانى ئۆلۆمپى:

جىبە جىكردنەكان



1998	1994	1992	1988	1984	1980	1976	
1:47.87	1:51.29	1:54.81	1:52.06	1:58.36	1:55.44	1:59.38	پىاوان
1:57.58	2:02.19	2:05.87	2:00.68	2:03.42	2:10.95	2:16.58	ئافرەتان

23 ناوهندو ناوهراسته‌ی ژماره پېوانه‌ییه‌کانی پیاوان و ئافرەتان بدۆزه‌وه.

24 مه‌ودا و لادانی ناوهندی پیاوان و ئافرەتان هه‌ژمبیرکه‌ ئهم پېوه‌رانه چیمان پێ راده‌گه‌یه‌نن ده‌رباره‌ی ژماره پېوانه‌ییه‌کانی پیاوان و ئافرەتان؟

25 لادانی پېوانه‌ییه‌ی پیاوان و ئافرەتان هه‌ژمبیرکه‌، ئهم پېوه‌رانه چیمان پێ راده‌گه‌یه‌نن ده‌رباره‌ی ژماره پېوانه‌ییه‌کانی پیاوان و ئافرەتان؟

## روانین بۆ دو‌اوه

بدۆزه‌وه.

29  $P_3^{21}$

28  $P_3^{17}$

27  $C_3^{10}$

26  $C_3^8$

## روانین بۆ پېشه‌وه

30 زۆر جار ئامار ناسه‌کان په‌نا ده‌به‌نه به‌ر به‌کاره‌ینانی نمونه‌یه‌ک بۆ ئه‌نجامدانی توێژینه‌وه له‌سه‌ر کۆمه‌له‌یه‌کی گه‌وره له به‌ها، و پېشت به پېوه‌ره ئامارییه‌کانی نمونه‌که‌وه ده‌به‌ستن بۆ خه‌ملاندنی پېوه‌ره ئامارییه‌کانی کۆمه‌له‌که به‌گشتی چونکه ئه‌وان ناوهندی نمونه‌که به ده‌ربهری ناوهندی کۆمه‌له‌که ده‌زانن له‌کاتی‌که‌دا بۆ هه‌ژمبیرکردنی لادانی پېوانه‌ییه‌ی لیکنه‌چوونی نمونه‌که به یاسایه‌ک هه‌ژمبیرده‌که‌ن که تۆزیک جیاپه له هه‌ژمبیرکردنی لیکنه‌چوون له کۆمه‌له‌که به‌ته‌واوه‌تی ئه‌وان ئم یاسایه به‌کارده‌ینن:

$$\sigma^2 = \frac{1}{(n-1)} \left( (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \right)$$

ا لیکنه‌چوون و لادانی پېوانه‌ییه‌ی ئهم نمونه‌یه‌ی بدۆزه‌وه: 15؛ 18؛ 7؛ 16؛ 5؛ 12.

ب بۆ دۆزینه‌وه‌ی ناوهندی ژماره‌ی ئوتومبیله‌کان له‌یه‌ک خێزانداندا ئه‌نجومه‌نی شاره‌وانی یه‌کێک له‌شاره‌کان نمونه‌یه‌کی وه‌رگرت له 10 خێزان که به‌شێوه‌یه‌کی هه‌رپه‌مه‌کی هه‌لبژێردان راپرسی ئهم نمونه‌یه‌ی ئهم ژمارانه‌ی لێده‌رچوو: 2؛ 3؛ 1؛ 2؛ 4؛ 1؛ 1؛ 2؛ 4؛ 1؛ 3؛ 4. ناوهندی ژماره‌ی ئوتومبیله‌کان له‌یه‌ک خێزانداندا بخرمه‌لێنه‌وه لادانی پېوانه‌ییه‌ی بخرمه‌لێنه‌.



# سیگۆشەزانی Trigonometry

سیگۆشەزانی زانستیکى كۆن و نۆییه، لهو پهیوهندییه گرنه دهكۆلیتهوه كه له نیوان لایهكانى سیگۆشه و گۆشهكانى ههیه، له كۆنهوه مروّف گرنگی به سیگۆشهزانی داوه، ههروهك لهم وینهى خوارهوه دهردهكهویت. جیبهجیکردنهكانى سیگۆشهزانی گهلیك فراوانه له فیزیا و گهردوونزانی و تهلارسازی و ئەندازه و ئەوانى تر.

بهشی

5

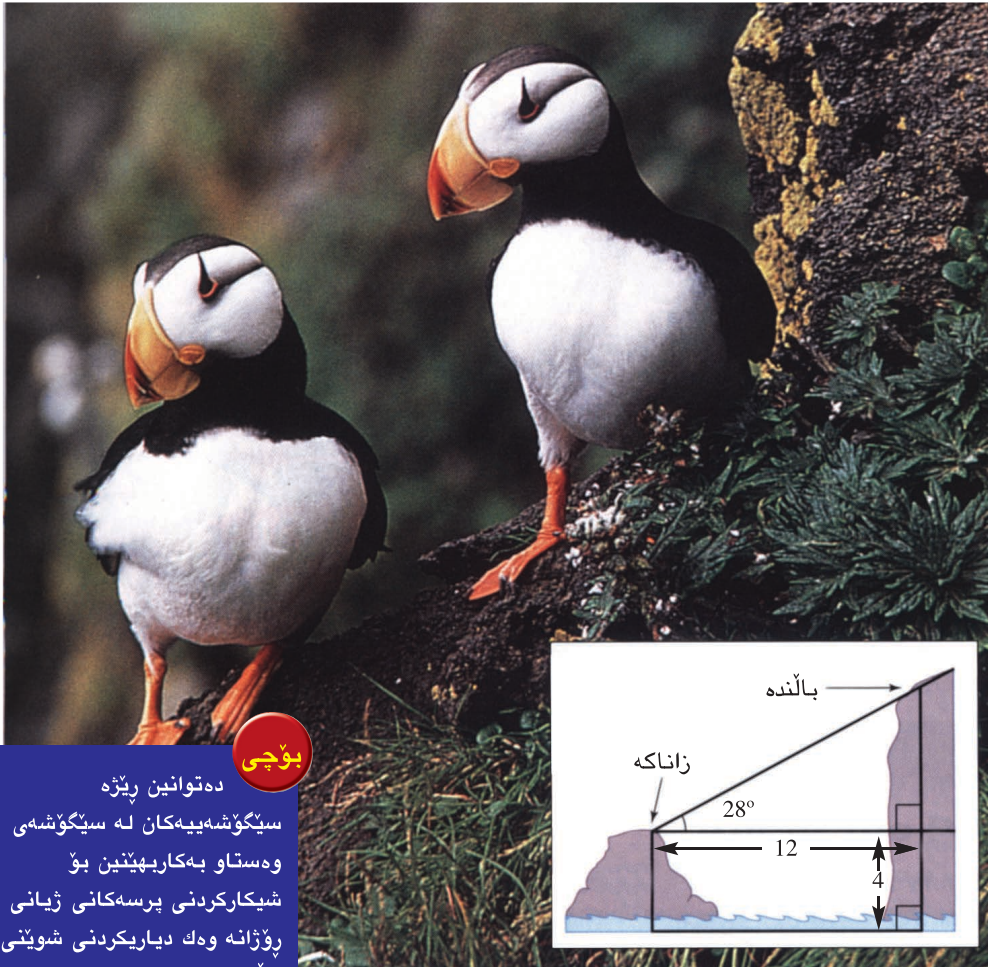
وانهكان

1. ریزه سیگۆشهیهكان  
و شیکارکردنی  
سیگۆشهى وهستاو.



# رېژه سيگوشه ييه كان وشيكار كردنى سيگوشه ي وه ستاو

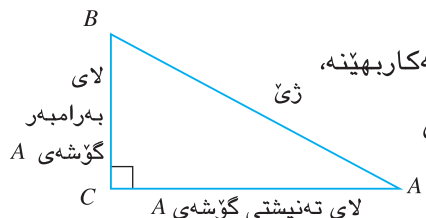
## Trigonometric Ratios and Solving Right Triangle



### بوچی

ده توائن رېژه سيگوشه ييه كان له سيگوشه ي وه ستاو به كار بهيښن بو شيكار كردنى پرسه كانى ژيانى روژانه وه ديار كړدى شوينى بالنده كانى نهو وينه يه له سهر رووى ناو.

زانايه كه هه لده ستيت به وينه گرتنى كوومه له بالنده يه كه له قهه پالى شاخيكدا وه ستا بوون، به مه به ستى هه ژمار كردنى به رزى نهو بالنده له سهر رووى ناو. زاناکه نهو گوشه ي پخوا كه دروست ده بيت له نيوان هيلى بينين بو بالنده كان و هيلى ناسويى و بينى  $28^\circ$  يه. چوڼ زانايه كه به رزى بالنده كان له سهر رووى ناو هه ژمار دهكات؟ نه گهر زانيت له به رزى 4 متهر وه ستاوه و دوورى نيوان زاناکه و قهه پالى شاخه كه 12 متهر بيت.



بو هه ژمار كردنى شوينى بالنده كان، سيگوشه زانى به كار بهيښنه، ده توائت سيگوشه زانى به كار بهيښت بو دوزينه وه ي پخوانه ي گوشه يه كه له گوشه كانى سيگوشه يه كي وه ستاو، يان دريژى لايه كه له لايه كانى سيگوشه كه له بېر نه كه ي ژي سيگوشه بريتيه له لاي بهرام بهرى گوشه ي وه ستاو له م سيگوشه يه لاي  $\overline{AB}$  ژي يه Hypotenuse و  $\overline{AC}$  لاي ته نيشتى Adjacent گوشه ي A يه و  $\overline{BC}$  لاي بهرام بهر يه تي Opposite لاي ته نيشت و لاي بهرام بهرى گوشه ي B ديار بېكه.

### وانه ي

# 1

#### ئامانجه كان

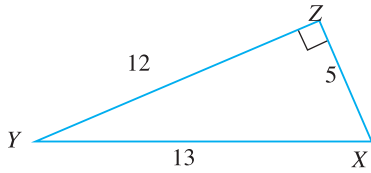
- رېژه سيگوشه ييه كانى گوشه يه كي تيز دناسيت و جيا ده كاته وه.
- سيگوشه يه كي وه ستاو و به به كار هينانى رېژه سيگوشه ييه كان شيكار دهكات.

### جيبه جيكر دنه كان بالنده كان

خالى چاوديري ✓

## Trigonometric Ratios of $\hat{A}$ ریژہ سیگوشہیہکانی گوشہی $\hat{A}$

$\tan A = \frac{\text{بهرامبر}}{\text{تہنیشٹ}}$	$\cos A = \frac{\text{تہنیشٹ}}{\text{ژئ}}$	$\sin A = \frac{\text{بهرامبر}}{\text{ژئ}}$	پیناسہ
$\tan A = \frac{BC}{AC}$	$\cos A = \frac{AC}{AB}$	$\sin A = \frac{BC}{AB}$	نووسین



ہرسي ریژہ سیگوشہیہکانی بؤ گوشہی  $X$  لہ سیگوشہی بہرامبر ہہژماریکہ با ولامہکەت بە تہواوی بیٹ و ہندی ولام بە نزیکردنہوہ بؤ نزیکتیرین بەشی دە ہزاری بیٹ. شیکار

$$\sin X = \frac{12}{13} \approx 0.923$$

$$\tan X = \frac{12}{5} = 2.4$$

$$\cos X = \frac{5}{13} \approx 0.3846$$

## نمونہ

ہرسي ریژہ سیگوشہیہکانی بؤ گوشہی  $Y$  لہ سیگوشہکەي سەرہوہ ہہژماریکہ، با ولامہکەت بە تہواوی بیٹ و ہندی ولام و بە نزیکردنہوہ بؤ نزیکتیرین بەشی دەہزاری بیٹ.

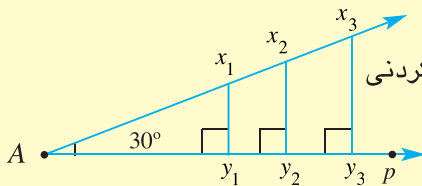
ہولبده

## چالاکی

### Exploring Trigonometric Ratios

### دۆزینہوہی ریژہ سیگوشہیہکانی

پئوستیت بە پږگالیک و راستیہکی سانتیمەتری و بژمیریک ہہیہ. خشتہیہکی وەك خشتەکەي خوارہوہ دروستبکە.



1. ئەوہی لہ خشتەکەدا ہاتوہ بینووسەوہ، لہ دواییدا تہواوی بکە بە پئوانی لایہ دیاریکراوہکان و ہہژمارکردنی ریژہ سیگوشہیہکانی گوشہی  $A$ .

2. ئایا ئەو بەہایانہی نوسیوتہ لہ ستونی  $\sin A$

بہنزیکەیی یەکسانن؟ لہ ستونی  $\cos A$  وایہ؟ لہ ستونی  $\tan A$  وایہ؟

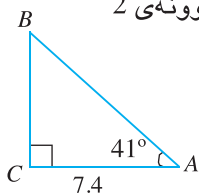
$\tan A = \frac{\text{بهرامبر}}{\text{تہنیشٹ}}$	$\cos A = \frac{\text{تہنیشٹ}}{\text{ژئ}}$	$\sin A = \frac{\text{بهرامبر}}{\text{ژئ}}$	ژئ	تہنیشٹ $\hat{A}$	بهرامبر $\hat{A}$	سیگوشہ
						$Ax_1y_1$
						$Ax_2y_2$
						$Ax_3y_3$

3. ئەو ئەنجامانہی دەستکەوتوہ بہراوردیبکە لہگەل ئەنجامەکانی ہاورپیکانت لہ پۆلەکەتا.

4. ئایا دەتوانیت گریمانہیەك دابریژیت دہربارہی ہرسي ریژہ سیگوشہیہکانی گوشہی  $A$ .

خالی چاودیری ✓

به‌های ریژه سیگوشه‌یی گوشه‌یه‌کی تیز ناگورپیت به‌گورانی نهو سیگوشه وه‌ستاوه‌ی که به‌کارهاتووه بو هه‌ژمارکردنی هه‌روهک له چالاکي سهره‌وه بو ت دهرکه‌وت، به‌های نهو ریژانه تهنه‌ا به‌پيوانه‌کردنی گوشه‌که ده‌بیت. ده‌توانی به‌های ریژه سیگوشه‌یه‌کانی گوشه‌یه‌کی پیوانه زانراو به‌ده‌ست به‌ینیت، به‌به‌کارهینانی بزمیری زانستی و ده‌توانیت ریژه سیگوشه‌یه‌کان به‌کاربه‌ینیت بو دوزینه‌وه‌ی هه‌ندیک له‌لایه‌کانی سیگوشه‌ی وه‌ستاو وهک له نمونه‌ی 2 دهرده‌که‌ویت.

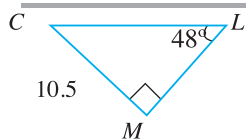


## 2 نمونه

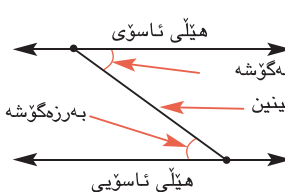
شیکار

له‌به‌رئه‌وه‌ی دريژی وه  $\overline{AC}$  زانراوه پيويسته دريژی هه‌ريه‌ک له  $\overline{AB}$  و  $\overline{BC}$  بدوزه‌وه.  
 $\cos A$  به‌کاربه‌ينه بو دوزينه‌وه‌ی دريژی  $\overline{AB}$ .  
 $\tan A$  به‌کاربه‌ينه بو دوزينه‌وه‌ی دريژی  $\overline{BC}$ .

$$\begin{aligned} \tan A &= \frac{BC}{AC} & \cos A &= \frac{AC}{AB} \\ \tan 41^\circ &= \frac{BC}{7.4} & \cos 41^\circ &= \frac{7.4}{AB} \\ BC &= 7.4 \times \tan 41^\circ & AB &= \frac{7.4}{\cos 41^\circ} \\ BC &\approx 7.4 \times 0.8693 & AB &\approx \frac{7.4}{0.7547} \approx 9.8 \\ BC &\approx 6.4 & & \end{aligned}$$



هه‌ولبده دريژی لایه‌کانی سیگوشه‌ی به‌رامبه‌ر هه‌ژماربکه.



به‌رزه گوشه **Angle of Elevation** نهو گوشه‌یه که هیللی ئاسویی پیکیده‌هینیت له‌گه‌ل هیللی بینینی خالیک له‌خوی به‌رتربیت. هیللی بینین نزمه‌گوشه هیللی ئاسویی به‌رزه‌گوشه هیللی ئاسویی پیکیده‌هینیت له‌گه‌ل هیللی بینینی خالیک له‌خوی نزمتربیت. سهرنجبده پیوانه‌ی به‌رزه گوشه یه‌کسانه به‌پیوانه‌ی نزمه گوشه.

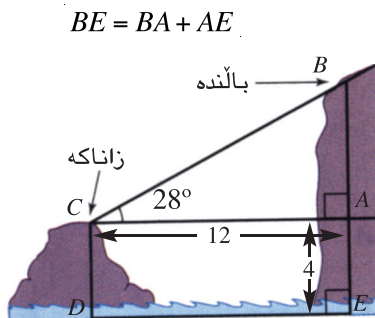
به‌گه‌رانه‌وه بو پرسپاری باسکراو له سهره‌تای وانه‌که، به‌رزی شوینی بالنده‌کان له‌سهر رووی ئاوه‌که هه‌ژماربکه.

## 3 نمونه

شیکار

جیبه‌جیکردنه‌کان

بالنده‌کان



دريژی پارچه راسته‌هیللی  $BE$  به‌رزی شوینی بالنده‌کان ده‌نوینیت له‌رووی ئاوه‌که. له‌به‌رئه‌وه‌ی هه‌روه‌ها  $AE = CD = 4$ . نه‌وا پيويسته هه‌ژماری  $AB$  بکه‌یت.

$$\begin{aligned} \tan 28^\circ &= \frac{AB}{12} \\ AB &= 12 \times \tan 28^\circ \\ AB &\approx 6.38 \\ BE &= BA + AE \approx 6.38 + 4 \approx 10.3 \end{aligned}$$

به‌رزی بالنده‌کان له‌سهر رووی ئاو = 10.38 m به‌نزیکه‌یی

دەتوانىت بژمىرەى زانستى بەكاربەھىت بۇ دۆزىنەۋەى پىۋانەى گۆشەيەك، ئەگەر يەككە لە رېژە سىگۆشەيەكەنى زانراۋ بىت، بە بەكاربەھىتەنى دوگمەكەنى

$$\boxed{\text{TAN}^{-1}} \quad \boxed{\text{COS}^{-1}} \quad \boxed{\text{SIN}^{-1}}$$

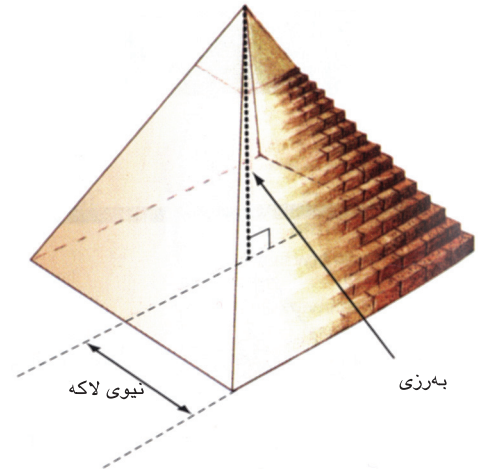
ئەگەر  $\tan A = \frac{4}{3}$  ئەۋا پىۋانەى گۆشەى  $A$  برىتتەيە لە  $\tan^{-1} \frac{4}{3} \approx 56^\circ$ .

### دەروازەيەك لەسەر پۈشەنبىرى فىرەۋنىيەكان

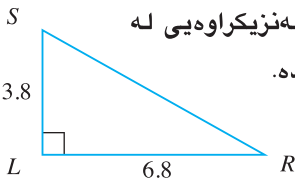
فىرەۋنىيەكان پەيۋەندىيەكى سىگۆشەيەكەنى ناۋىيان بەكاربەھىتەۋەى و ناۋىيان ناۋە سىكە لە لارى رۈۋى ھەرەمەكەى دەنۋاند.

$$1 \text{ سىكيد} = \frac{\text{نيۋەى پىۋانەى لايەكى بىنكەى ھەرەمەكەى «بەست»}}{\text{بەرزى ھەرەمەكەى بەكيويت «كيويت = 7 بست»}}$$

سەرنجىدە كە سىكيد ھەلگەپراۋەى  $\tan$  گۆشەيەكە پىۋى دەوترىت Cotangent يان بە كورتى  $\cot$  ي گۆشەكە.



بۇ ئەۋەى سىگۆشەيەكى ۋەستاۋ شىكارىكەيت **Solve a Right Triangle** ۋاتا پىۋانەى گۆشەكەنى سىگۆشەكە و درىژى لايە نەزانراۋەكەنى سىگۆشەكە ھەژمارىكەيت بژمىرى زانستى بەكاربەھىتە بۇ دۆزىنەۋەى پىۋانەى ئەۋ گۆشەى كە يەككە لە رېژە سىگۆشەيەكەنى دەزانىت ئەۋ راسىتتە بەكاربەھىتە كە كۆى گۆشەكەنى ناۋەۋەى سىگۆشە دەكاتە  $180^\circ$  ۋاتە كۆى ھەردوۋ گۆشە تىژەكە لە سىگۆشە ۋەستاۋەكە دەكاتە  $90^\circ$ .



سىگۆشەى بەرامبەر شىكارىكە بە ھەژماركردنى پىۋانەى گۆشەكەنى بەنزيكراۋەيى لە نزيكترىن پلە و درىژى ژىيەكەى نزيكەيتەۋە بۇ نزيكترىن بەش لە دە.

شىكار

$$1. \tan R = \frac{3.8}{6.8}$$

$$R = \tan^{-1} \frac{3.8}{6.8} \approx 29^\circ$$

2. لەبەرئەۋەى كۆى پىۋانەى دووگۆشە تىژەكە دەكاتە  $90^\circ$  پىۋانەى گۆشەى  $S$  برىتتەيە لە  $90^\circ - 29^\circ = 61^\circ$  بە نزيكەيى.

3. بىردۆزى فيتاگورس بەكاربەھىتە بۇ ھەژماركردنى درىژى ژىيەكە.

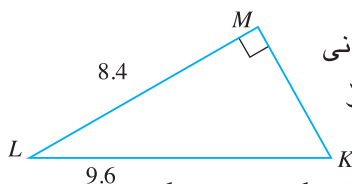
$$(RS)^2 = (6.8)^2 + (3.8)^2$$

$$RS = \sqrt{(6.8)^2 + (3.8)^2}$$

$$RS \approx 7.8$$

## نمونە

ھەۋلبدە



سىگۆشەى بەرامبەر شىكارىكە بە ھەژماركردنى پىۋانەى گۆشەكەنى بە نزيكراۋەيى لە نزيكترىن پلە و درىژى ژىيەكەى نزيكەيتەۋە بۇ نزيكترىن بەش لە دە.

1. چۆن سىگۆشەى نمونەى 4 شىكاردەكەيت بە ھەژماركردنى ژىيەكەى دەستپىكە،

پاشان  $\sin$  يان  $\cos$  بەكاربەھىتە بۇ ھەژماركردنى پىۋانەى گۆشەكەنى؟

2. لەدۋاى ھەژماركردنى پىۋانەى  $\hat{R}$  ئايا دەتوانى درىژى ژىيەكە ھەژمارىكەيت بى؟

بەكاربەھىتەنى بىردۆزى فيتاگورس؟

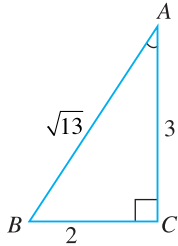
## بىرى رەخنەگر

## بەردەوامبوون لە بیر کاریدا

1 چۆن رێژە سیگۆشەییەکانی گۆشە  $A$  لە سیگۆشە  $ABC$  بەرامبەر هەژماردەکەیت.

2 چۆن پێوانە  $A$  و  $B$  لە سیگۆشە  $ABC$  بەرامبەر دەدۆزیتەوه.

3 جیاوازی چییە لە نێوان  $\sin^{-1} A$  ،  $\frac{1}{\sin A}$  ؟



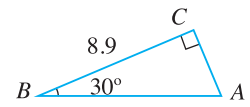
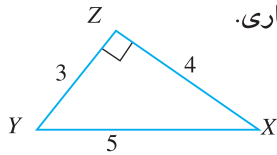
## راهینانی ئاراستە کراو

4 رێژە سیگۆشەییەکانی گۆشە  $X$  هەژماربکە لە سیگۆشە  $XYZ$  چپ، با

و لە مەکانت تەواو بن و نزیکیکریڤنهوه بۆ نزیکتەریڤن بەش لە دەهەزاری.

5 درێژی هەردوو لای  $AC$  ،  $BA$  لە سیگۆشە  $ABC$  لای راست

هەژماربکە.



6 ئەندازە ئەندازیارێک لە دوری 16 m لە تەلاریک

و ستاوه، بە دوربینیەک کە لە بەرزی 1.5m لە زەوییهوه

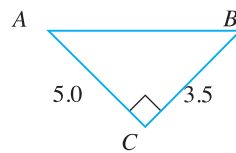
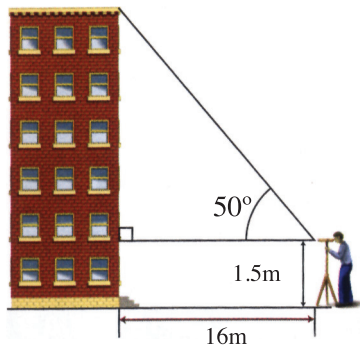
دانرابوو سەیری بەرزترین خالی تەلارەکە دەکرد ئەگەر

پێوانە  $A$  بەرزە گۆشە  $50^\circ$  بێت بەرزی تەلارەکە چەندە؟

7 ئەم سیگۆشەییە خوارهوه شیکاربکە پێوانە  $A$

هەژماربکە بە نزیککراوهیی بۆ نزیکتەریڤن پله و درێژی

لای  $AB$  بە نزیککراوهیی بۆ نزیکتەریڤن بەش لە ده.



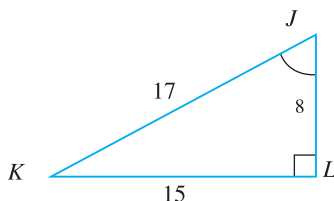
## جیبەجێکردن



## راهینان و جیبەجێکردن

سیگۆشە  $JKL$  بەکاربەیتە بۆ هەژمارکردنی بەهای داواکراو و لە مەکانت بە تەواوی بدوه

پاشان بۆ نزیکتەریڤن بەش لە ده هەزاری نزیکیکەوه.



$\sin J$  9

$\sin K$  8

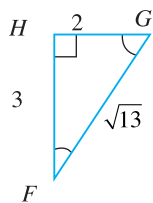
$\cos K$  11

$\cos J$  10

$\tan J$  13

$\tan K$  12

سیگوشه‌ی  $F G H$  به‌کاربهنه بۆ هه‌ژمارکردنی به‌های داواکراو و دلامه‌کته به ته‌واوی بده‌وه پاشان بۆ نزیکتیرین به‌ش له ده هه‌زاری نزیکیکه‌وه.

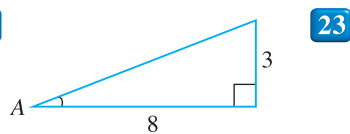
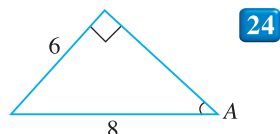
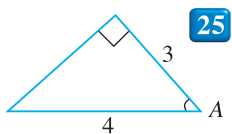
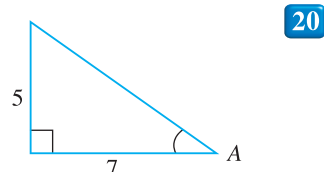
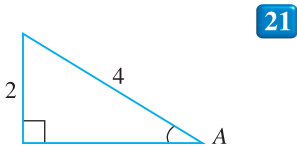
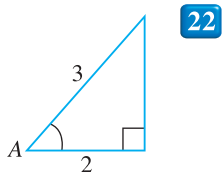


$\sin F$  **15**                       $\sin G$  **14**

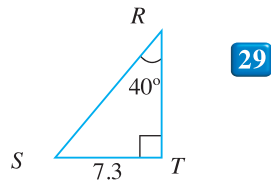
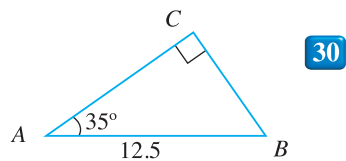
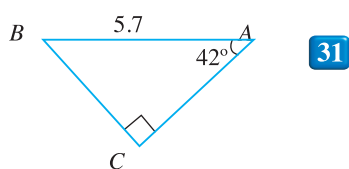
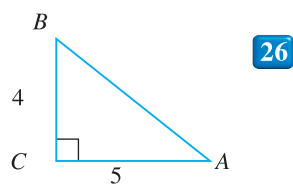
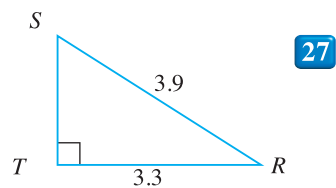
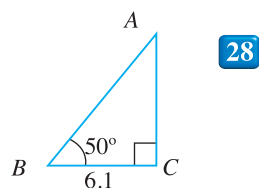
$\cos F$  **17**                       $\cos G$  **16**

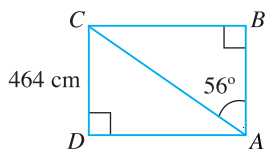
$\tan F$  **19**                       $\tan G$  **18**

پێوانه‌ی گۆشه‌ی  $A$  هه‌ژماریکه به به‌کارهینانی بژمیر.



نهم سیگوشانه شیکاریکه پێوانه‌ی گۆشه‌کانیان هه‌ژماریکه به نزیکراوه‌یی له نزیکتیرین پله و درێژی لایه‌کانیان بۆ نزیکتیرین به‌ش له ده‌یه‌ک نزیکیکه‌وه.





32 بیسه لمینه که په یوه نډی  $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$  همیشه راسته.

33 **نښاندازه** دريژي هره يه که له لای AD و تيره AC له لاکيشه ي بهرامبر هه ژماربکه.

34 **جوانکاری مالنه کان** باوکی ژیکه له ناروزو دهکات باله کونیک دروستبکات له شپوهی سیگوشه ی وهستاو که ژپي سیگوشه که 6 متر بیټ و دوولای سیگوشه وهستاو که له دريژیدا بهکسان بن.

ا دريژي هره يه که له دوو لای گوشه وهستاو که هه ژماربکه.

ب پووبه ری باله کونه که هه ژماربکه.

**فرۆکه وانی** فرۆکه يه که له بهرزی 6.5 km ده فرپټ. به مه بهستی نيشتنه وه يه کی نارام، کاپتنه که پرپاریدا ده سته بهجی دست به نيشتنه وه بکريت.

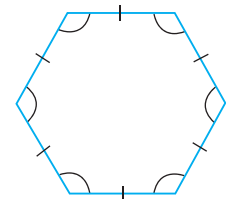
35 پيوانه ی نهو گوشه يه هه ژماربکه که هیلې نيشتنه وه پیکده هینټ له گه ل هیلې ناسو، نه گهر زانیت فرۆکه وانه که دهستی به نيشتنه وه کرد له دوروی 186 km له فرۆکه خانه که (پيوانه که له زه وييه وه پيوراوه)



36 له دوروی چند له فرۆکه خانه که وه پيوسته فرۆکه وانه که دست به نيشتنه وه بکات، نه گهر پيوانه ی گوشه ی نيوان هیلې نيشتنه وه و هیلې ناسوی 5° هه لېزارد؟

37 **بيناکردن** به پيوه بهری باخچه يه کی گشتی ناروزوی دروستکردنی شوینيکی حه سانه وه ی کرد، بنکه که ی به شپوهی شه شلايه کی رپک بیټ، دريژي لایه کی 10 متر بیټ. کاشی کردن بنکه که ی 17 هزار دیناری تیده چپټ بوهر ماهر دوو جايه که رپژه سیگوشه ييه کان به کار بهينه بو هه ژمارکردنی تیچوونی کاشیکردنه وه ی.

**به رده نگاری**



**روانينیک بو دو اوه**

نهم برانه به ساده ترین شپوه بنووسه، پاش رپژه کردنی ژپره

- 38  $\frac{3}{\sqrt{2}}$
- 39  $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- 40  $\frac{5}{1-\sqrt{2}}$
- 41  $\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

ناوه نډی هر کومه له به هايه که هه ژماربکه، پاشان لادانی پيوانه يي هه ژماربکه.

42 12، 34، 18، 25، 53، 46، 17، 14، 25، 36، 24، 19، 17، 28، 26، 22

43 102، 107، 122، 99، 103، 121، 113، 100، 78، 130، 125، 119، 110

**روانين بو پيشه وه**

44 **نښاندازه** نه گهر خاليک به دوری چهقی سوورانه وه که يدا بسورپته وه، نه اندازگه که ی

بازنه يه کی ته واره، نهو گوشه يه چند نه اندازگه که ی نيوه بازنه بیټ؟ چاره که بازنه بیټ؟